



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**DEFORMAČNĚ-NAPĚŤOVÁ ANALÝZA
ELASTOMEROVÝCH KOMPONENT FLEXIBILNÍ SPOJKY**

STRESS-STRAIN ANALYSIS OF ELASTOMER COMPONENTS OF FLEXIBLE COUPLING

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Daniel Láštík

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.

BRNO 2019

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Bc. Daniel Láštík**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce: **prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.**
Akademický rok: 2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Deformačně–napět'ová analýza elastomerových komponent flexibilní spojky

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pohonová soustava kolejových vozidel vyžaduje použití flexibilní spojky, která přenáší výkon mezi hřídeli s proměnnou vzájemnou polohou. Pro tyto účely se často využívá spojek s poddajnými prvky z elastomeru (gumy). Za účelem výpočtových analýz celých spojek je nutné postihnout mechanické chování těchto elastomerových prvků vhodným konstitutivním modelem jehož stanovení/kalibrace je náplní diplomové práce.

Cíle diplomové práce:

- Rešerše výpočtových přístupů používaných pro predikci chování flexibilních spojek s elastomerovými komponentami.
- Návrh a vyhodnocení experimentálních zkoušek elastomerů.
- Stanovení napjatosti a deformace elastomerových prvků flexibilní spojky při provozním zatížení.

Seznam doporučené literatury:

BURŠA, J.: Konstitutivní modely materiálů. Studijní opory FSI VUT v Brně.
DORFMAN, A., MUHR, A.: Constitutive models for rubber. Balkema 1999.
NĚMEC a kol.: Nelineární mechanika. VUTIUM Brno, 2018.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Diplomová práca sa zaoberá výpočtovým modelovaním deformačne-napäťových stavov elastomérových komponentov flexibilnej spojky. Prvá časť práce je venovaná rešeršnej štúdii o použití a konštrukčných usporiadaniach flexibilnej spojky a o únave elastomérov. Druhá časť práce sa sústreďuje na popis tvorby výpočtového modelu. Model materiálu je určený na základe jednoosovej skúšky v ťahu vzorky vytvorenej z reálneho elastomérového komponentu. Výsledky sú prezentované formou porovnania dvoch variantov elastomérového komponentu z hľadiska únavy na základe rozkmitu maximálneho hlavného pretvorenia. Z kvalitatívneho hľadiska, t. j. z hľadiska miesta iniciácie trhliny sú výsledky výpočtového modelovania v zhode s výsledkami získanými na komponentoch v prevádzke a dva varianty sa vzájomne výrazne nelíšia. Z kvantitatívneho hľadiska je rozdiel medzi dvomi variantmi na úrovni 15 %.

ABSTRACT

The diploma thesis deals with computational modelling of stress-strain states in elastomeric components of a flexible coupling. The first part of the thesis is dedicated to research about usage and designs of flexible coupling and about fatigue of elastomers. The second part of the thesis concerns creation of the computational model. The model of material is determined based on uniaxial tension test of a specimen produced from a real elastomer component. The results are presented in the form of comparison of two designs of elastomer component with respect to fatigue behaviour based on a maximum principal strain range. The results of computational modelling in the viewpoint of crack initiation site are in good agreement with the results from the component used in operation and differences between the two designs are negligible. The quantitative difference of the two designs is 15 %.

KĽÚČOVÉ SLOVÁ

Flexibilná spojka, elastomérový segment, únava elastomérov, výpočtové modelovanie, deformačne-napäťové stavy, systémová metodológia

KEY WORDS

Flexible coupling, elastomer segment, fatigue of elastomers, computational modelling, stress-strain states, systems methodology

BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA

LÁŠTIC, Daniel. *Deformačně-napětová analýza elastomerových komponent flexibilní spojky*. Brno, 2019. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/117044>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Jiří Burša.

PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že som diplomovú prácu na tému *Deformačne-napěťová analýza elastomerových komponent flexibilní spojky* vypracoval samostatne s použitím odbornej literatúry a prameňov uvedených na zozname, ktorý tvorí prílohu tejto práce.

24. mája 2019

.....

Daniel Láštík

POĎAKOVANIE

Ďakujem vedúcemu práce prof. Ing. Jiřímu Buršovi Ph.D., riešiteľom projektu Ing. Pavlovi Skácelovi Ph.D. a Ing. Kamilovi Řehákovi Ph.D. a vedúcemu projektu Ing. Davidovi Krpalkovi Ph.D., MBA za cenné pripomienky a rady pri vypracovaní diplomovej práce a príjemnú pracovnú atmosféru, a rodine a priateľom za podporu pri štúdiu.

OBSAH

1 Úvod.....	11
1.1 Problémová situácia	11
1.2 Formulácia problému.....	11
1.3 Ciele riešenia problému.....	12
2 Rešeršná štúdia	13
2.1 Použitie flexibilnej spojky.....	13
2.1.1 Konštrukčné usporiadania flexibilnej spojky	15
2.2 Únava elastomérov	16
2.2.1 Prístup nukleácie trhliny	17
2.2.2 Prístup rastu trhliny	19
2.2.3 Merná deformačná energia dostupná na šírenie trhliny	21
2.2.4 Faktory ovplyvňujúce únavu elastomérov	23
2.2.5 Únavové skúšky elastomérov.....	29
3 Analýza entity záujmu a výber metódy riešenia problému	35
3.1 Analýza entity záujmu podľa atribútov systémového prístupu	35
3.2 Voľba metódy riešenia problému.....	37
4 Výpočtový model	39
4.1 Model geometrie.....	39
4.2 Model materiálu.....	43
4.3 Model okrajových podmienok.....	47
4.4 Model diskretizácie.....	53
5 Prezentácia výsledkov riešenia problému.....	56
6 Analýza výsledkov riešenia problému	61
Záver	63
Zoznam použitých zdrojov	64
Zoznam použitých symbolov a skratiek.....	67

1 ÚVOD

1.1 Problémová situácia

Pre spojenie nesúosových hriadeľov je v technickej praxi využívaný celý rad druhov spojok. V niektorých prípadoch je nutné nielen spojiť dva nesúosové hriadele, ale zároveň umožniť vzájomný pohyb a to v axiálnom i radiálnom smere. K tomuto dochádza v prípade aplikácie spojok u koľajových vozidiel. V závislosti na druhu uloženia sú využívané spojky na vstupnom alebo výstupnom hriadeľi prevodového ústrojenstva. V praxi sú najčastejšie využívané spojky zubové, lamelové alebo s elastomérovými segmentmi. Vzhľadom k zapojeniu spojok do pohonnej sústavy, ktorá je tvorená elektromotorom, prevodovkou, spojkou a osou hnaného súkolesia, je nutné brať do úvahy ich vzájomné ovplyvnenie v rámci celého prevádzkového rozsahu.

Prevodové ústrojenstvo je v prípade koľajových vozidiel navrhované na životnosť v ráde až 30 rokov, pričom výrobcom sú stanovené doporučené servisné intervaly. V prípade použitých spojok je v závislosti na ich type doporučený servisný interval a prípadne aj výmena celej spojky, či jej časti.

Táto práca je zameraná na spojky kovové s elastomérovými segmentmi, ktoré majú predpokladanú životnosť v rozsahu 6 – 8 rokov, ktorá sa odvíja od typu spojky a od výrobcu. V prípade spojok s elastomérovými segmentmi je práve v intervale 6 – 8 rokov plánovaná výmena elastomérových segmentov, pričom unášače je možné nechať pôvodné. V technickej praxi sa však môžeme stretnúť s poškodením elastomérových segmentov už v priebehu predpokladanej životnosti, pričom táto skutočnosť je zistená pri servisných prehliadkach. V závislosti na poškodení je nutné vymeniť segmenty, ale v niektorých prípadoch môže dôjsť aj k poškodeniu celého unášača, čím sa výmena značne predlžuje. V konečnom dôsledku sú ovplyvnené celkové ekonomické parametre vlakovkej súpravy z dôvodu veľkých servisných zásahov v období. Je zrejmé, že životnosti jednotlivých komponentov aj naďalej zostanú výrazne odlišné, je však nutné pre danú aplikáciu v koľajovej doprave využívať spojky s elastomérovými, ktoré svojimi prevádzkovými parametrami budú spĺňať požiadavky danej aplikácie. Za týmto účelom je snahou výrobcu prevodového ústrojenstva podieľať sa na vývoji spojok, tak aby bola zohľadnená vzájomná interakcia.

1.2 Formulácia problému

Z vyššie spomínanej problémovej situácie vyplýva množstvo problémov. Autor diplomovej práce sa bude zaoberať problémom výpočtového modelovania¹ deformačne-napäťových stavov elastomérových komponentov flexibilnej spojky so zameraním sa na únavovú životnosť.

¹ Aj keď výber metódy riešenia problému by mal vychádzať z komplexnej analýzy problému, je možné vzhľadom na skúsenosti riešiteľa problému s modelovaním predpokladať, že problém sa bude riešiť výpočtovým modelovaním

1.3 Ciele riešenia problému

Rešerš výpočtových prístupov k popisu chovania flexibilných spojok.

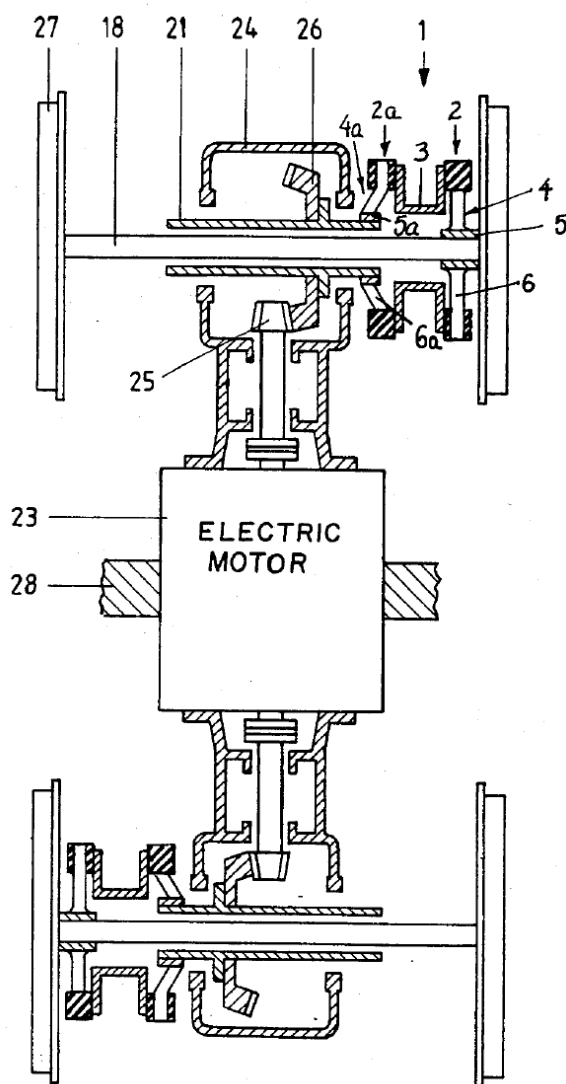
Návrh a vyhodnotenie experimentálnych skúšok elastomérov.

Stanovenie napätosti a deformácie elastomérových komponentov pri prevádzkovom zaťažení.

2 REŠERŠNÁ ŠTÚDIA

Jedným z cieľov riešenia problému bola uvedená rešerš výpočtových prístupov k popisu chovania flexibilných spojok. Vzhľadom k absencii zdrojov zaoberajúcich sa touto tematikou (s výnimkou verejne nedostupných firemných výpočtových správ, ktoré sa zaoberajú určovaním tuhosti spojky v jednotlivých druhoch zaťažovania) bude v nasledujúcom texte kladený dôraz na zoznámenie sa s tematikou flexibilných spojok (použitie a konštrukčné prevedenie) a únavy elastomérov, ktoré môžu byť podstatné z hľadiska riešeného problému.

2.1 Použitie flexibilnej spojky²



Obrázok 2.1: Schematické znázornenie pohonnej sústavy koľajového vozidla [2]

Pohonná sústava koľajových vozidiel (schematicky zobrazená na obrázku 2.1 – čísla jednotlivých súčastí pohonnej sústavy uvádzané v ďalšom texte sa vzťahujú

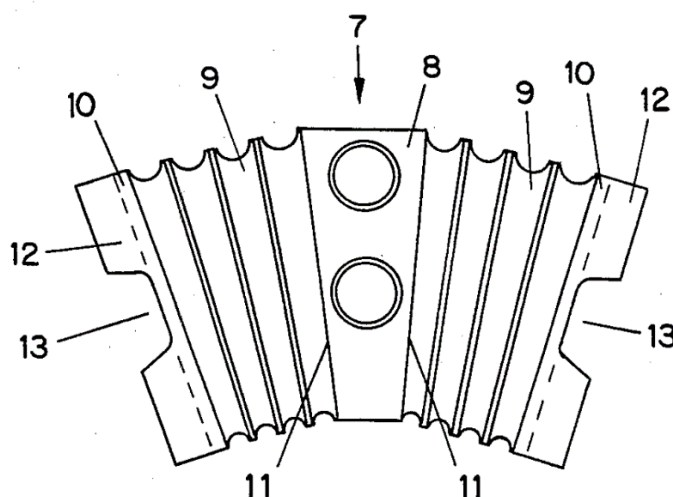
² Ku kapitole 2.1 sa vzťahujú odkazy [1] – [9]

k tomuto obrázku) pozostáva z pohonnej jednotky (elektrického motora - 23), prevodového ústrojenstva (24), dvojitej spojky (1) a kolies (27). Dvojité spojka spája hnací člen – výstupný dutý hriadeľ prevodovky (21) a hnaný člen – nosný hriadeľ dvojkolesia (18). Jej hlavným cieľom je prenos krútiaceho momentu a kompenzácia nepresností vzájomnej polohy hnaného a hnacieho člena.



Obrázok 2.2:Dvojité spojka [3]

Dvojité spojka (3D model geometrie na obrázku 2.2) je tvorená dvomi samostatnými flexibilnými spojkami (2, 2a), ktoré sú na vnútorných stranách vzájomne spojené prostredníctvom dutého intermediárneho hriadeľa (3) a z vonkajších strán napojené na hnaný resp. hnací člen pomocou náboja (5, 5a). Z náboja vychádzajú v radiálnom smere pod rôznymi uhlami ramená (6, 6a). Medzi ramenami sú vložené elastomérové segmenty (obrázok 2.3 – čísla súčastí elastomérového segmentu sa vzťahujú k tomuto obrázku) (7).



Obrázok 2.3: Schematické znázornenie elastomérového segmentu [2]

Segmenty majú klinový tvar a pozostávajú z jedného centrálného klinu (8), ktorého užšia strana je nasmerovaná k ose spojky a ktorý obsahuje otvory slúžiace na spojenie segmentu a dutého intermediárneho hriadeľa pomocou skrutiek, z elastomérových členov (9) symetricky navulkanizovaných na obe strany centrálného klinu a z plieškov vulkanizovaných na voľné plochy elastomérových členov. Pliešok na vonkajšej strane posledného elastomérového členu (10) je navyše tvorený prírubou (13), pomocou ktorej je segment pripojený na ramená vychádzajúce z náboja spojky.

2.1.1 Konštrukčné usporiadania flexibilnej spojky

Existujú rôzne konštrukčné usporiadania flexibilnej spojky v závislosti na nasledujúcich troch kategóriách prvkov: počet plieškov vložených do elastomérových členov, orientácia otvorov spojovacích skrutiek a usporiadanie z pohľadu kompaktnosti spojky.

Počet plieškov – pliešky vložené do elastomérových členov slúžia ako prvky limitujúce poddajnosť celého segmentu, preto sa môžu vyskytovať rôzne počty týchto prvkov v závislosti na požadovanej tuhosti. V praxi používané sú usporiadania s jedným plieškom (obrázok 2.4) až po štyri pliešky (obrázok 2.2 a 2.5).

Orientácia otvorov – vyskytujú sa tri typy usporiadania podľa orientácie otvorov spojovacích skrutiek: axiálna orientácia (obrázok 2.2), radiálna (obrázok 2.4) a zmiešaná (obrázok 2.5)

Kompaktnosť spojky – z pohľadu kompaktnosti sa vyskytujú spojky segmentované (obrázok 2.2) tvorené jednotlivými segmentami, ktoré sa nasadzujú medzi ramená náboja, kompaktné spojky (2.4) tvorené jedným kompaktným prstencom a semi-kompaktné (2.5) tvorené dvomi polprstencami.

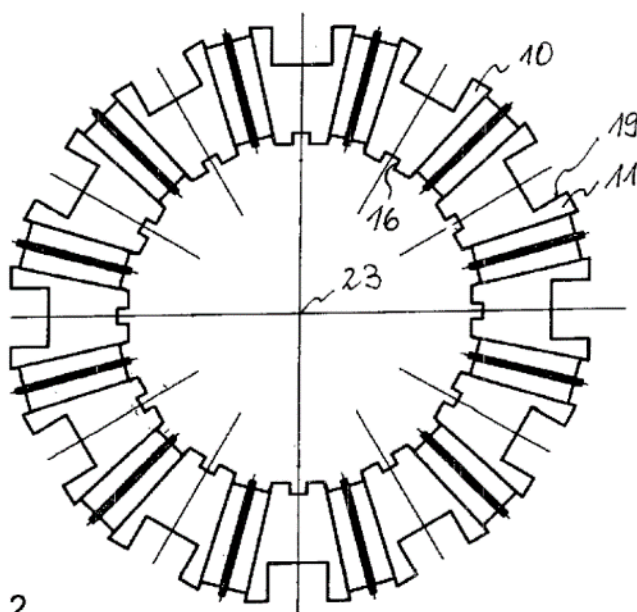
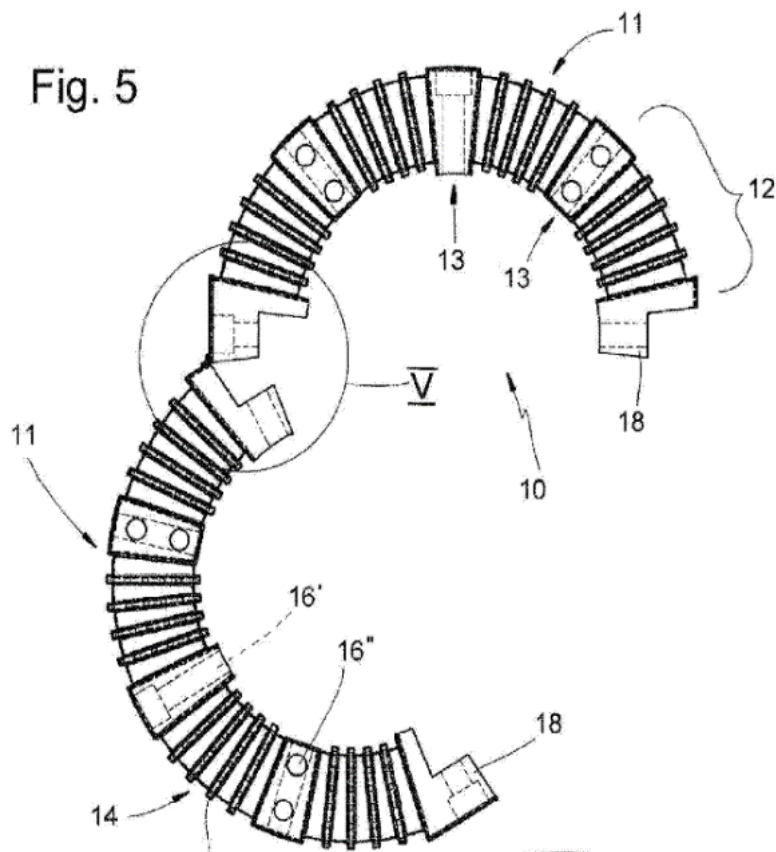


Fig. 2

Obrázok 2.4: Schematické znázornenie kompaktného usporiadania spojky [9]

Fig. 5



Obrázok 2.5: Schematické znázornenie polovičného usporiadania spojky [8]

2.2 Únava elastomérov³

Schopnosť elastomérov znášať veľké deformácie bez porušenia ich predurčuje na použitie v mnohých aplikáciách ako sú tlmiče, štrukturálne ložiská, pneumatiky, hadice, tesnenia, pneumatiky, spojky a mnohé ďalšie. Z dôvodu vysokých statických i dynamických deformácií v priebehu dlhých časových úsekov je dôležitá dlhodobá odolnosť voči porušeniu. Aby bolo možné venovať sa tejto záležitosti už v návrhovej fáze vývoja súčastí, je nutné použiť výpočtové modelovanie na predpovedanie životnosti súčastí. V tejto kapitole bude preto dôraz kladený na popis prístupov využívaných k posudzovaniu únavy elastomérov, k faktorom, ktoré únavu ovplyvňujú a na záver ku skúškam používaným pre popis únavového chovania elastomérov.

Únavový proces obecné zahŕňa dve fázy. Prvou fázou je časový úsek, počas ktorého dochádza k nukleácii trhlín v oblastiach, ktoré boli predtým bez pozorovateľných trhlín. Druhou fázou je úsek kedy nukleované trhliny rastú až do dosiahnutia medzného stavu únavového porušenia.

³ Ku kapitole 2.2 sa vzťahujú odkazy [10] – [41]

Zo spomenutých dvoch fáz únavového procesu vychádzajú dva prístupy používané k jeho výpočtovému modelovaniu. Prvý sa sústreďí na predpovedanie životnosti na základe nukleácie trhliny s využitím histórie zaťažovania v bode materiálu, t. j. prístup založený na mechanike neporušeného telesa. Druhý prístup, založený na lomovej mechanike, sa sústreďí na predpovedanie rastu konkrétnej trhliny na základe jej počiatočnej geometrie a ostatných parametrov ako napr. rýchlosť uvoľňovania energie.

2.2.1 Prístup nukleácie trhliny

Prístup nukleácie trhliny predpokladá, že životnosť materiálu je určená históriou napätí a pretvorení v bode materiálu. Životnosť v zmysle nukleácie trhliny je chápaná ako počet cyklov potrebných k tomu, aby sa objavila trhlina o určitej veľkosti. Prvým, kto sa týmto prístupom zaoberal a pomerne obsiahlo rozpracoval bol August Wöhler už v 19. storočí. Prvé práce v oblasti elastomérov siahajú do 40. rokov minulého storočia. Tento prístup je vhodný v aplikáciách, kde pôvodné mikrotrhliny, ktoré nakoniec určujú životnosť súčasti, sú o niekoľko rádov menšie ako prvky súčasti, a kde sa vyžaduje analyzovať priestorové rozloženie únavovej životnosti.

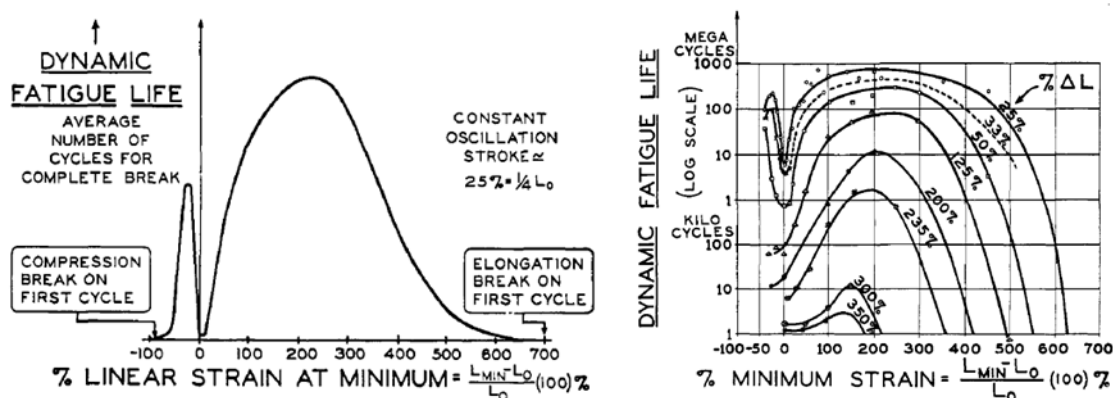
Dva najpoužívanéjšie parametre používané pre predpovedanie nukleácie trhliny v elastoméroch sú maximálne hlavné pretvorenie a merná deformačná energia [10] [16] [21]. Používanie pretvorenia ako parametru je výhodné v tom, že môže byť priamo určené z posuvov, ktoré sú ľahko merateľné v prípade elastomérov. V prípade deformačnej energie, tá je vždy definovaná modelom hyperelastického konštitutívneho vzťahu a vyjadrená vo forme nejakej funkcie pretvorení. Napätie ako parameter popisujúci únavu býva používaný zriedkakedy, čo vychádza z faktu, že únavové skúšanie elastomérov tradične prebieha ako posuvmi kontrované a určovanie napätia v elastomérových komponentoch môže byť pomerne náročné.

2.2.1.1 Maximálne hlavné pretvorenie

Bežnou hypotézou zahrnutou v štúdiách (napr. [10] [17] [22]) je, že životnosť v zmysle nukleácie trhliny je určená jedine strednou hodnotou a amplitúdou maximálneho hlavného pretvorenia. Bežným pozorovaním pri elastoméroch je orientácia roviny na ktorej dochádza k iniciácii trhliny kolmo na smer maximálneho rozkmitu pretvorenia.

Prvými, ktorí sa zaoberali určovaním životnosti elastomérov boli v roku 1940 Cadwell a jeho kolegovia [10], ktorí pozorovaním určovali počet cyklov do lomu v prírodnej gume bez plnív ako funkciu amplitúdy pretvorenia a minimálneho pretvorenia (obrázok 2.6). Skúmali minimálne zmluvné pretvorenie v rozsahu od – 40 % do viac ako + 600 % a amplitúdy pretvorenia v rozsahu od 25 % do 350 %. Zistili, že únavová životnosť prírodnej gumy pri konštantnej amplitúde pretvorenia rastie so zvyšujúcim sa minimálnym pretvorením až do úrovne približne 200 % minimálneho pretvorenia, za ktorou jeho zvyšovanie vedie k zníženiu životnosti. Podobné výsledky boli zistené ako pri axiálnych tak aj pri šmykových únavových skúškach. Vo všeobecnosti pre elastoméry platí, že tie, pri ktorých dochádza ku

kryštalizácii vplyvom deformácie⁴, zvyšovanie minimálneho (t. j. aj stredného) pretvorenia môže výrazne zvýšiť únavovú životnosť, čo nie je obvyklé u bežných konštrukčných materiálov.



Obrázok 2.6: Výsledky životnosti z Cadwellových pozorovaní [10]

Aj keď Cadwellom a jeho kolegami boli vykonané jednoosové a šmykové skúšky, doteraz bolo vykonaných málo pokusov číselne zladiť výsledky z rozdielnych deformačných stavov alebo vytvoriť teóriu ako uviesť do spojitosti jednoduché laboratórne testy so zložitejšími deformačnými stavmi.

Roberts a Benzies [23] skúmali únavovú životnosť za podmienok jednoosového a dvojosového rovnomerného (ekvibiaxiálneho) ťahu. Únavová životnosť v závislosti na maximálnom hlavnom pretvorení je vyššia pri jednoosovom ťahu ako pri dvojosovom ťahu pričom tento rozdiel je výrazný pre prírodnú gumu⁵ a omnoho menej výrazný pre syntetickú gumu⁶. Dáta boli následne analyzované s použitím ostatných parametrov založených na pretvorení ako sú oktahedrické šmykové pretvorenie a maximálne šmykové pretvorenie ale záverom bolo, že ani jeden z týchto parametrov nie je vo všeobecnosti optimálny pre obecný popis únavového života elastoméru pri viacosovom zaťažení.

2.2.1.2 Merná deformačná energia

V priebehu 50. a 60. rokov minulého storočia došlo k úspechom s modelmi rastu trhliny [24] [25], čo malo veľký vplyv na ďalší vývoj prístupu nukleácie trhliny

⁴ Kryštalizácia vplyvom deformácie (z angl. *strain crystallization*) – jav, pri ktorom v pôvodne amorfných pevných materiáloch dochádza ku fázovej premene vplyvom deformácie. Dochádza k nej hlavne v elastoméroch a polyméroch. Viac v kapitole 2.2.3

⁵ Z angl. *natural rubber*

⁶ Z angl. *styrene-butadiene rubber* – najčastejšie používaná syntetická guma

v elastoméroch. Predtým sa ako parametre v štúdiách o únave väčšinou používali amplitúda a minimálne pretvorenie alebo natiahnutie⁷. Po rozvoji lomovej mechaniky elastomérov sa ďalším parametrom používaním k popisu únavy elastomérov stala merná deformačná energia. [26]

Robert a Benzies [23] zistili na základe porovnania mernej deformačnej energie, že životnosť pre prírodnú gumu bola štyrikrát vyššia v prípade dvojsového ťahu ako v prípade jednoosového ťahu. Pre syntetickú gumu bola zistená približne šesťnásťkrát vyššia životnosť. Treba poznamenať, že výsledky majú opačný charakter keď sa dáta porovnávajú na základe maximálneho hlavného pretvorenia.

Keďže merná deformačná energia je skalárny parameter, nemôže predpovedať skutočnosť, že šírenie trhliny nastáva v určitej špecifickej orientácii. Okrem toho, merná deformačná energia nemôže byť všeobecným parametrom popisujúcim rýchlosť uvoľňovania energie keďže veľkosť uvoľnenej energie závisí na tom ako je trhlina orientovaná vzhľadom k smeru pretvorenia.

Pre posudzovanie únavovej životnosti v zmysle nukleácie trhlín pre viacosovú napätosť v prípade kovov boli navrhnuté ďalšie prístupy, z ktorých najväčší úspech zaznamenali prístupy založené na kritickej rovine⁸ [27] [28]. Na predpovedanie životnosti sa v prístupoch založených na kritickej rovine používajú parametre, ktoré sú spojené so špecifickou materiálovou rovinou. Pre elastoméry však doposiaľ nie sú účinky viacosového namáhania dobre pochopené.

2.2.2 Prístup rastu trhliny

Prístup rastu trhliny explicitne uvažuje existujúce trhliny v materiáli. S myšlienkou zaoberať sa jednotlivými trhlinami prišli Inglis v roku 1913 [29] a Griffith v roku 1920 [30]. Griffith navrhol lomové kritérium založené na energetickej rovnováhe mechanickej energie telesa s trhlinou a energie spojenej so vznikom povrchov trhliny. O ďalší rozvoj tohto prístupu sa postarali v prípade kovov Irwin [31] a Rice [32] a v prípade elastomérov Thomas, Lake, Lindley, Mullins a Rivlin [24] [11]. Pôvodne bol prístup v prípade elastomérov aplikovaný na určenie statickej pevnosti, neskôr bol rozšírený na analyzovanie rastu trhlín za cyklického namáhania v prírodných gumách. Thomas [33] objavil mocninový vzťah medzi rýchlosťou uvoľňovania energie a rýchlosťou šírenia trhliny. Podobný vzťah pre kovy bol nezávisle objavený Parisom až o tri roky neskôr [34]. Ďalším dôležitým krokom v lomovej mechanike elastomérov bolo objavenie súvislosti rýchlosti uvoľňovania energie s koncentráciou pretvorenia na čele trhliny, ktoré Rice vo svojej práci o J-integráli pripisuje Thomasovi [32].

Griffithova hypotéza [30] bola, že trhlina rastie vďaka premene potenciálnej energie uchovanej v telese na energiu potrebnú pre vznik nových povrchov. Rýchlosť

⁷ Z angl. *stretch* (česky *protážení*)

⁸ Z angl. *critical plane approaches*

uvoľňovania energie je rovná zmene mechanickej energie dU vzťahnutej na jednotkovú zmenu povrchu trhliny dA . V literatúre venovanej elastomérom (resp. gumám) sa táto veličina označuje ako trhacia energia⁹ T .

$$T = -\frac{dU}{dA} \quad (2.1)$$

2.2.2.1 Režimy rastu trhliny

Lake a Lindley [11] identifikovali štyri rôzne režimy rastu únavovej trhliny v elastoméroch v závislosti na maximálnej hodnote rýchlosti uvoľňovania energie. Režimy sú znázornené na obrázku 2.7.

Pokiaľ maximálna rýchlosť uvoľňovania energie T zostáva pod určitou prahovou hodnotou T_o , trhlina rastie konštantnou rýchlosťou r , čo je spôsobené iba okolím. V tomto prípade je rýchlosť šírenia trhliny nezávislá na mechanickom namáhaní (režim 1).

$$\frac{da}{dN} = r \quad T \leq T_o \quad (2.2)$$

Existuje rozsah T , od T_o do T_t , kde dochádza k prechodu, ktorý je popísaný nasledujúcim vzťahom, kde A je materiálová konštanta (režim 2).

$$\frac{da}{dN} = A(T - T_o) + r \quad T_o \leq T \leq T_t \quad (2.3)$$

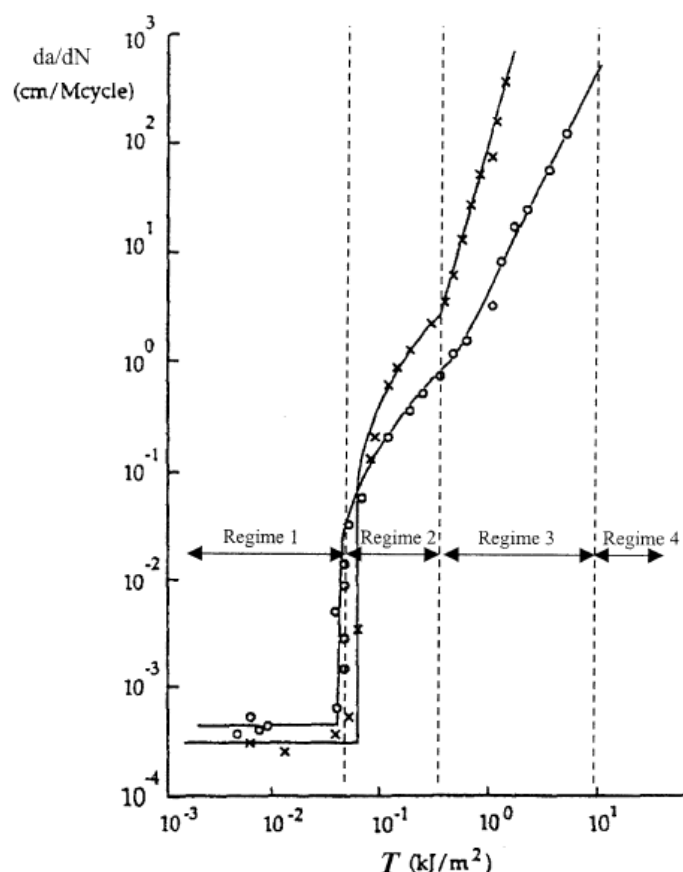
Po prechodovom režime nasleduje v rozsahu od T_t do T_c režim 3, v ktorom sa závislosť medzi rýchlosťou šírenia trhliny a rýchlosťou uvoľňovania energie riadi mocninným zákonom, pričom B a F sú materiálové konštanty.

$$\frac{da}{dN} = BT^F \quad T_t \leq T \leq T_c \quad (2.4)$$

Nakoniec za kritickou hodnotou T_c dochádza k nestabilnému šíreniu trhliny, t. j. rýchlosť šírenia trhliny je v podstate nekonečná (režim 4)

$$\frac{da}{dN} = \infty \quad T = T_c \quad (2.5)$$

⁹ Z angl. *tearing energy*, v lineárne elastickej lomovej mechanike označované ako hnacia sila trhliny G



Obrázok 2.7: Režimy rastu únavovej trhliny (x SBR, o NR) [11]

Väčšina aplikácií tohto prístupu spočíva v hodnotení rýchlosti uvoľňovania energie pomocou výpočtového modelovania s využitím MKP. Limitáciou takéhoto postupu je, že každý mód poškodzovania vyžaduje vlastnú konečnoprvkovú sieť a analýzu, pričom každá sieť je použiteľná iba pre trhlínu o určitej veľkosti. To znamená, že na celú analýzu únavovej životnosti je potrebný veľký výkon a úsilie na vytvorenie a analyzovanie viacerých modelov.

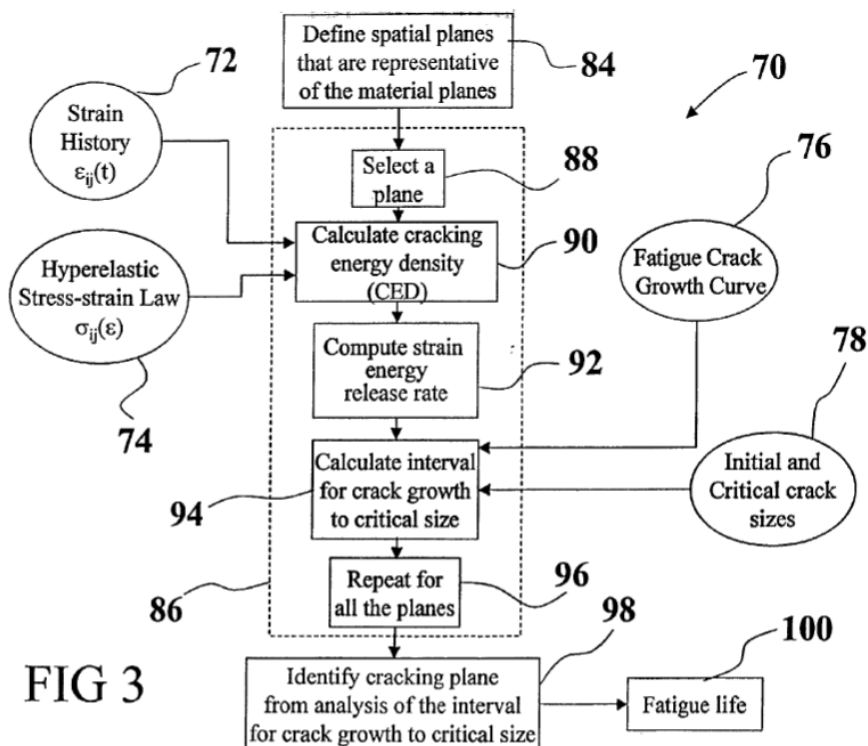
Problémom pri používaní prístupu rastu trhliny v elastoméroch je, že vyžaduje počiatočnú znalosť pôvodnej polohy a stavu trhliny, ktorá spôsobuje medzný stav únavového porušenia. Táto informácia často nebýva dostupná alebo je to tá informácia, ktorú treba predpovedať. Preto ostáva numerická realizácia prístupu pomocou lomovej mechaniky pracovne a výpočtovo náročná.

2.2.3 Merná deformačná energia dostupná na šírenie trhliny¹⁰

V roku 2002 Mars [12] predstavil nový prístup výpočtu únavovej životnosti v elastoméroch, ktoré sú vystavené podmienkam viacosového pretvorenia. Tento prístup spája obecný stav pretvorenia s aproximáciou rýchlosti uvoľňovania energie

¹⁰ Z angl. cracking energy density (CED) – voľne preložené do slovenčiny ako merná deformačná energia dostupná na šírenie trhliny z dôvodu nenájdenia tohto parametra v česko-slovenskej literatúre.

už existujúcich malých trhlín prostredníctvom nového parametru – mernej deformačnej energie dostupnej na šírenie trhliny (viď poznámka, v ďalšom texte sa tento parameter bude označovať anglickou skratkou CED). Táto energia predstavuje časť celkovej mernej deformačnej energie, ktorá je k dispozícii na danej materiállovej rovine. Týmto prístupom sa predpovedá tak únavová životnosť v zmysle nukleácie trhliny ako aj rovina, na ktorej k nukleácii dochádza pre danú históriu pretvorení.



Obrázok 2.8: Postup výpočtu únavovej životnosti podľa Marsa [12]

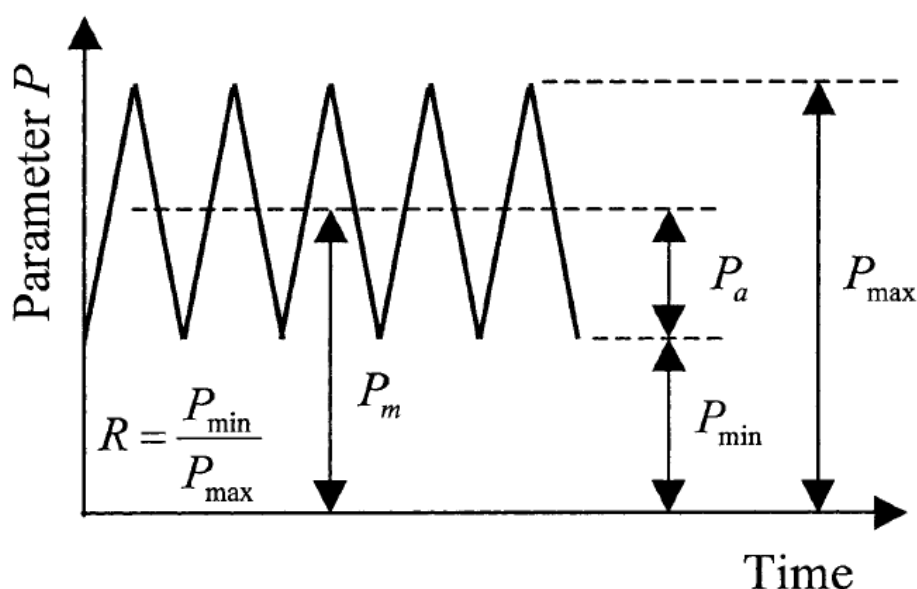
Na obrázku 2.8 (nasledujúce popisné čísla sa vzťahujú k tomuto obrázku) je zobrazený vývojový diagram postupu výpočtu únavovej životnosti s využitím CED. Postup je nasledovný: História pretvorenia (vo všeobecnosti viacsošová) (72), ktorá je popísaná tenzorom pretvorenia ako funkcia času je vopred získaná napr. prostredníctvom MKP simulácie. Okrem histórie pretvorenia sú potrebné nasledovné vstupné údaje: model hyperelastického konštitutívneho vzťahu (74), krivka šírenia únavovej trhliny (76) a hodnoty pre počiatočnú a kritickú veľkosť trhliny (78). Následne prebieha iteratívny výpočet (86) pre každú rovinu (88, 96), kde sa počíta CED (90) na základe histórie pretvorenia a modelu konštitutívneho vzťahu, z CED sa vypočíta rýchlosť uvoľňovania energie (92) a časový úsek kedy dochádza k rastu trhliny do kritickej veľkosti (94). Po ukončení iteratívneho výpočtu sa získa únavová životnosť (100) vybraním tej roviny, pre ktorú je časový úsek rastu trhliny do kritickej veľkosti minimálny.

2.2.4 Faktory ovplyvňujúce únavu elastomérov

Nasledujúca podkapitola bude venovaná faktorom, ktoré ovplyvňujú únavovú životnosť elastomérov. Tieto faktory sa dajú rozdeliť do troch hlavných kategórií: vplyv histórie zaťažovania, vplyv podmienok okolia, vplyv zloženia elastoméru.

2.2.4.1 História zaťažovania

Vo všeobecnosti únava zahŕňa nukleáciu a rast trhliny v dôsledku zaťaženia meniaceho sa v čase. V ďalšom bude zaťaženie znamenať rôzne parametre súvisiace so špecifickým prístupom: napätie, pretvorenie, rýchlosť uvoľňovania energie, merná deformačná energia, atď. Jednoduché histórie zaťažovania aplikované na laboratórne vzorky sú väčšinou charakterizované parametrami ako sú maximálne, minimálne, stredné zaťaženie, amplitúda a pomer minimálneho a maximálneho zaťaženia R (súčiniteľ asymetrie cyklu) (obrázok 2.9).



Obrázok 2.9: Parametre používané pre popis histórie zaťažovania [15]

V nasledujúcej rovnici je zobrazený príklad schémy k špecifikovaniu histórie zaťažovania.

$$P(t) = P_a \sin(\omega t) + P_m \quad (2.6)$$

Prípadne je možné použiť ostatné parametre, napr. maximálnu a minimálnu hodnotu.

$$P(t) = P_{\max} \frac{1 + \sin(\omega t)}{2} + P_{\min} \frac{1 - \sin(\omega t)}{2} \quad (2.7)$$

Alebo prostredníctvom maximálnej hodnoty a súčiniteľa asymetrie R .

$$P(t) = \frac{P_{max}}{2} + [1 + \sin(\omega t) + R(1 - \sin(\omega t))] \quad (2.8)$$

Z predchádzajúcich vzťahov je vidieť, že parametre P_a , P_m , P_{max} , P_{min} , a R sú vzájomne závislé, pretože výberom hodnôt ľubovoľných dvoch z týchto parametrov sa určia hodnoty zostávajúcich. V ďalšom texte budú spomenuté vplyvy týchto parametrov.

Amplitúda a maximálna hodnota zaťaženia

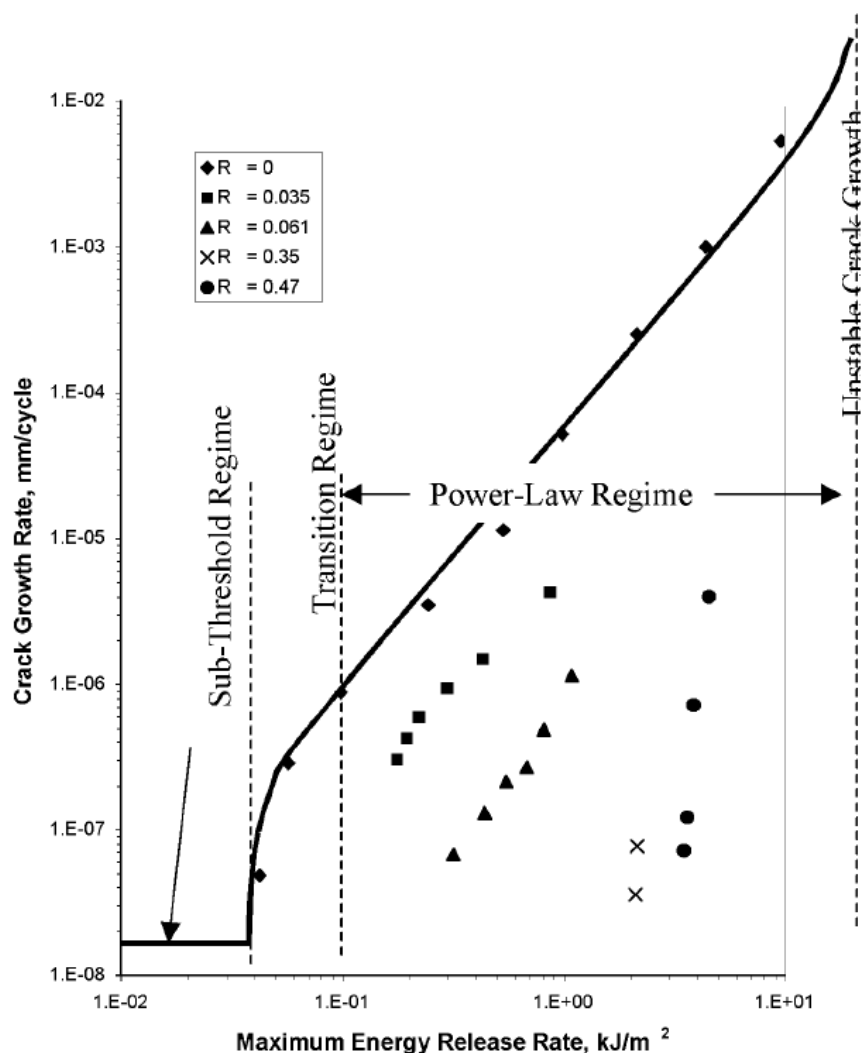
V prvých štúdiách o únavе v elastoméroch bola únavová životnosť zobrazovaná ako funkcia amplitúdy pretvorenia [10]. Tento fakt zdôrazňoval dôležitý rozdiel medzi statickým zaťažovaním a premenlivým zaťažovaním. Neskôr počas rozvoja lomovej mechaniky, bola rýchlosť šírenia únavovej trhliny zobrazovaná ako funkcia maximálnej hodnoty rýchlosti uvoľňovania energie dosiahnutej počas cyklu [24]. Aj keď sama maximálna hodnota zaťaženia neurčuje veľkosť premenlivosti, ktorá spôsobuje únavový proces, zobrazovanie ako funkcie maximálnej hodnoty má zrejme tieto dôvody: maximálna hodnota je vzťahovaná ku konkrétnemu okamihu a jasne odpovedá špecifickej materiállovej konfigurácii, čo je pri elastoméroch podstatné z hľadiska trhlín (sú otvorené alebo zatvorené?). Ďalším dôvodom je, že cyklicky stabilizovaná napäťovo-deformačná odozva elastomérov silno závisí na maximálnom zaťažení prostredníctvom tzv. Mullinsovho efektu.

Minimálna hodnota zaťaženia a súčiniteľ asymetrie R

Vplyv minimálneho alebo stredného zaťaženia na únavovú životnosť veľmi závisí na type elastoméru a jeho plniva. V elastoméroch, u ktorých sa prejavuje kryštalizácia vplyvom deformácie, má zvyšovanie minimálneho pretvorenia až do určitej hranice výhodný vplyv. Tento vplyv má veľký praktický dopad keďže väčšina elastomérových komponentov prechádza veľkými statickými zaťažienami, na ktoré sú naskladané malé dynamické zaťaženia. V takých prípadoch zriedkakedy dochádza k plne relaxujúcemu cyklu ako v laboratórnych skúškach.

Vplyv nenulového minimálneho pretvorenia na rast únavovej trhliny bol skúmaný už v počiatočných štádiách rozvoja lomovej mechaniky v elastoméroch. Lindley [35] na základe rozsiahlych štúdií o raste únavovej trhliny v kryštalizujúcich a nekryštalizujúcich elastoméroch určil, že najväčší rozdiel medzi týmito dvoma skupinami je v chovaní za statického zaťažovania. Nekryštalizujúce elastoméry môžu za statického zaťažovania zažívať stabilný rast trhliny zatiaľ čo kryštalizujúce nezažívajú žiadny rast. Za cyklického zaťažovania u nekryštalizujúcich elastomérov môže byť celková rýchlosť rastu trhliny vypočítaná ako súčet príspevkov od stabilného rastu za statického zaťažovania a od cyklického zaťažovania.

Lindley takisto skúmal rýchlosť šírenia únavovej trhliny v prírodnej gume ako funkcie súčiniteľa asymetrie R (obrázok 2.10), kde R definoval na základe histórie rýchlosti uvoľňovania energie, t. j. $R = T_{min}/T_{max}$.



Obrázok 2.10: Lindleyho výsledky poukazujúce na vplyv súčiniteľa asymetrie R [35]

Viacosovosť

Vplyvy viacosovosti zaťažovania na únavovú životnosť elastomérov dodnes nie sú úplne pochopené. Elastomérové komponenty sú zriedkakedy používané za podmienok jednoosových stavov pretvorenia, ktoré sú používané v laboratórnych skúškach spomínaných v štúdiách o únave. Aj keď je dnes už pomerne jednoduché pomocou simulácií zistiť histórie viacosových stavov pretvorenia, schopnosť spoľahlivo predpovedať na ich základe životnosť stále chýba.

Aj keď vplyv viacosovosti zaťažovania stále nie je dobre pochopený, zo štúdií vykonaných na túto tému vyplýva dôležitosť nasledujúcich faktorov [12]:

1. Vzťah medzi aplikovaným zaťažením a lokálnym zaťažením, ktorým prechádzajú trhliny. Pri aplikácii prístupu nukleácie trhliny je dôležité uvažovať zaťažovanie na rovine, na ktorej dochádza k porušovaniu. Pre prístup rastu trhliny sú dôležité veľkosť a poloha pôvodnej trhliny.

2. Skutočnosť, či aplikované zaťaženie spôsobuje zatváranie alebo otváranie kritických trhlín.

3. Závislosť materiálových vlastností na type a veľkosti deformácie. Napr. kryštalizácia vplyvom deformácie jednoduchšie nastáva v prípade jednoosového ťahu v porovnaní s dvojsovým ťahom v dôsledku rozdielneho stupňa usporiadania polymérnych vlákien.

2.2.4.2 Podmienky okolia

Vplyv okolia hrá dôležitú úlohu v únavovom procese, obzvlášť pri dlhodobej životnosti. Mechanické vlastnosti elastomérov sa menia spôsobom, ktorý do veľkej miery závisí na teplote materiálu a na prítomnosti rôznych chemických látok v prostredí okolia elastomérového komponentu.

Teplota

Zvýšená teplota má zničujúce účinky na elastoméry, ako na životnosť v zmysle nukleácie trhliny tak na rýchlosť šírenia únavovej trhliny. Tento efekt je najväčší v prípade amorfných elastomérov. Vo všeobecnosti je možné pozorovať pokles únavovej životnosti násobkom o veľkosti 10^4 pri zvyšovaní teploty v rozmedzí od 0°C do 100°C v prípade syntetických gúm a štvornásobne v prípade prírodných gúm [11]. Pridávanie plnív do elastomérov môže túto teplotnú závislosť mierne zmenšiť.

Ozón

Vystavovanie elastomérov ozónu počas únavových skúšok výrazne zvyšuje rýchlosť šírenia trhliny a skracuje životnosť. V dôsledku koncentrácie napätia, reťazce v elastoméroch na čele trhliny sú energeticky výhodné pre reakciu s ozónom. Ozón reaguje s uhlíkovými väzbami v hlavnom polymérnom reťazci spôsobujúc jeho pretrhnutie. [11]

K rastu trhliny v dôsledku ozónu dochádza kedykoľvek keď rýchlosť uvoľňovania energie dosiahne malú hraničnú hodnotu, označovanú G_z , ktorá je omnoho menšia ako hraničná hodnota T_o (viď podkapitola 2.2.2). Hodnota G_z závisí od prítomnosti antioxidantov a antiozonantov, majú veľkosť približne $0,1 \text{ J/m}^2$ v prípade nechráneného elastoméru. V prítomnosti antiozonantov môže hodnota vzrásť desaťnásobne. Pre porovnanie hraničná hodnota T_o je približne 50 J/m^2 .

Kyslík

Kyslík ovplyvňuje životnosť v dvoch smeroch. Prvým je, že vystavovanie elastomérov kyslíku znižuje úroveň prahovej hodnoty šírenia únavovej trhliny v porovnaní s vákuom. Druhým je proces nazývaný starnutie (vyvolané kyslíkom), kedy kyslík rozpustený v elastoméri môže vyvolať chemické zmeny v materiály spôsobujúc krehnutie a zníženú odolnosť proti šíreniu trhliny.

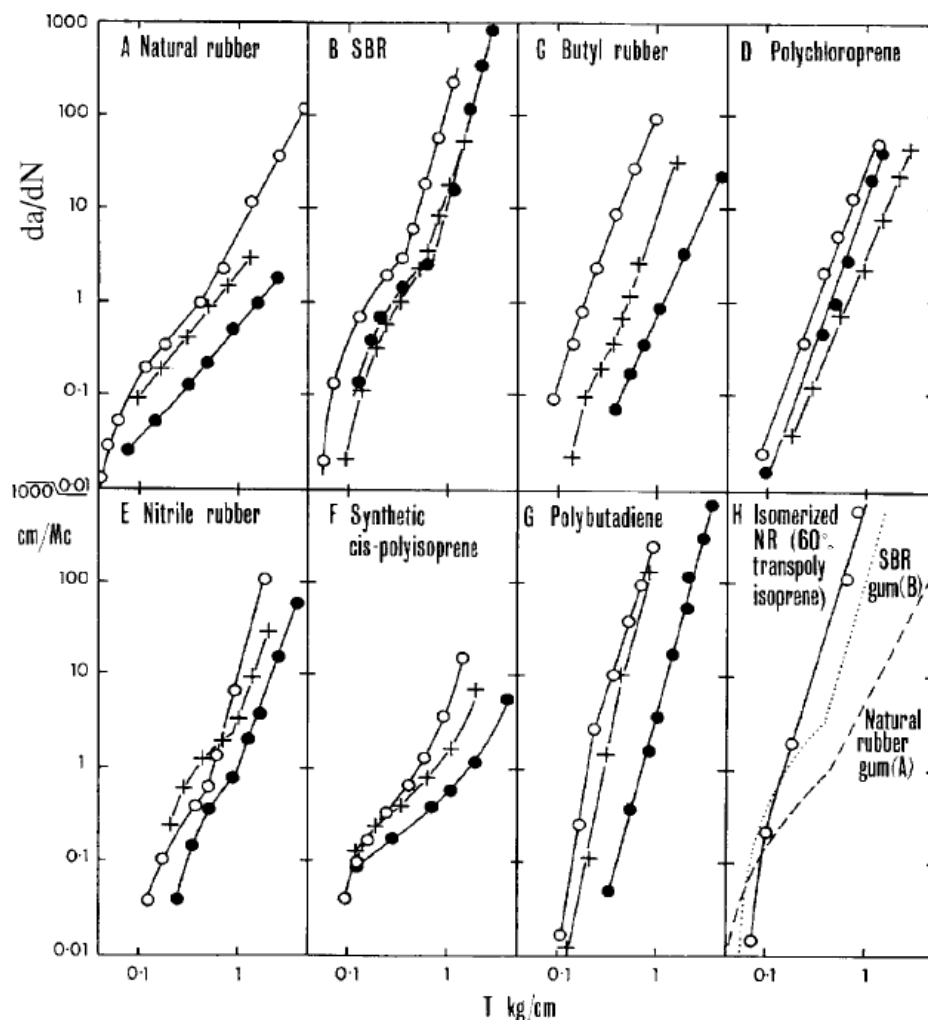
Elektrický náboj

Nezvyčajná štúdia od Dogadkina [36] a jeho kolegov z bývalého Sovietskeho zväzu naznačuje, že únavová životnosť elastomérov je ovplyvnená elektrickými nábojmi vytváranými počas cyklickej deformácie. Dogadkin a kolegovia vykonali identické únavové skúšky pre vzorky, ktoré boli uzemnené a potom izolované. Výsledná životnosť uzemnených vzoriek bola vyššia ako v prípade izolovaných.

2.2.4.3 Zloženie

Zmenou výrobného procesu a častí tvoriacich elastomér je možné dosiahnuť široké spektrum mechanických vlastností. Hlavné faktory týkajúce sa zloženia elastoméru, ktoré ovplyvňujú únavové chovanie sú typ polyméru, typ plniva, množstvo antidegradantov a výrobný proces.

Typ polyméru



Obrázok 2.11: Výsledky zo štúdie Lakea a Lindleyho. Závislosť rýchlosti šírenia trhliny na rýchlosti uvoľňovania energie pre osem typov polymérov [11]

Typ polyméru ovplyvňuje únavové chovanie elastoméru niekoľkými spôsobmi. Hlavným je to či daný polymér kryštalizuje vplyvom deformácie alebo nie. Príklady polymérov, ktoré kryštalizujú sú: prírodná guma (NR), isoprén (IR), polychloroprén (CR). Tie, ktoré nevykazujú kryštalizáciu sú: styren-butadién (SBR), polybutadién (BR), butyl (IIR), akrylonitril-butadién (NBR) a etylén-propylén (EPDM). Lake a Lindley [11] skúmali únavové chovanie ôsmich typov polymérov, ako plnených tak aj neplnených. Ich výsledky sú znázornené na obrázku 2.12.

Z výsledkov je vidieť, že elastoméry, ktoré vykazujú kryštalizáciu vplyvom deformácie (NR a CR, časti A a D na obrázku) majú nižší exponent rýchlosti šírenia trhliny a sú lepšie pri vyšších rýchlostiach uvoľňovania energie, v porovnaní s ostatnými. Pri vyšších rýchlostiach uvoľňovania energie môžu rozdiely medzi jednotlivými elastomérmi dosahovať až desaťnásobok veľkosti rýchlosti šírenia trhliny.

Plnivo

Pridávanie sadzí do elastomérov môže mať výrazný spevňujúci účinok, čo závisí na type a množstve plniva [37]. Pri rovnakom objemovom množstve majú lepší účinok sadze menšej veľkosti ako tie vyššej. Vplyv plniva na únavové vlastnosti je spôsobený nasledujúcimi mechanizmami. 1) výrazné zmeny tuhosti a hysterézie spôsobené plnivami. 2) Otupovanie čela trhliny, jej odchyľovanie a vetvenie spôsobené nehomogenitou zmesi elastomér a plnivo. 3) zoskupenie častí plniva majúce za následok zvýšenie veľkosti počiatočných trhlín.

Antidegradanty

Antidegradanty sa pridávajú do elastomérov za účelom vyhnúť sa zničujúcim účinkom ozónu a kyslíku. Používajú sa rôzne mechanizmy ako napr. vosky, ktoré sa premiestňujú na povrch a tým tvoria bariéru medzi elastomérom a degradantmi v okolí. Ostatné antidegradanty fungujú tak, že sa priamo chemicky viažu s degradantmi.

Vulkanizácia

Vulkanizácia je fyzikálno-chemický proces, ktorým sa vytvárajú kovalentné alebo priečne väzby medzi susednými polymérnymi reťazcami. Hustota priečných väzieb potom do veľkej miery určuje fyzikálne vlastnosti elastoméru. Typ priečnej väzby má vplyv na únavové vlastnosti. Polysulfidická priečna väzba sa zdá byť lepšia v porovnaní s monosulfidickou čo je prisudzované mechanizmu rozbíjania tejto väzby pred hlavnou sieťou uhlíkových reťazcov, ktorý vedie k zvýšeniu zaobľovania čela trhliny a k zvýšenej disipácii následkom hysterézie. [38]

Hysterézia

Vzťahy medzi hysteréziou a únavovými vlastnosťami boli pozorované mnohými výskumníkmi. Viacerí navrhli, že ak v materiáli nedochádza k hysterézii vôbec, je možný iba náhly lom. Existuje niekoľko mechanizmov hysterézie v elastoméroch, pričom každý z nich iným spôsobom závisí na teplote, úrovni a rýchlosti deformácie. Hysterézne mechanizmy ktoré sa prejavujú pri nižších deformáciách sú časovo nezávislá hysterézia a viskoelasticita. Tie ktoré sa prejavujú hlavne pri vysokých deformáciách sú Mullinsov efekt a kryštalizácia vplyvom deformácie a sú obzvlášť prospešné vzhľadom k únavovým vlastnostiam. Nasleduje ich krátky popis. [39]

Mullinsov efekt

Mullinsov efekt je počiatočné zmäkčovanie napäťovo-deformačnej krivky v elastoméroch. Prvý cyklus zaťaženia panenského (ešte nezaťaženého) elastoméru

má výrazne tuhšiu odozvu ako cykly nasledovné. Ďalšie cykly nasledovne smerujú k viac elastickému stavu. Ak je elastomér zaťažovaný nad maximálnu hodnotu predchádzajúceho cyklu, bude dochádzať k ďalšiemu zmäkčovaniu zakončenému dosiahnutím nového rovnovážneho stavu. Mullinsov efekt sa pozoruje hlavne u plnených elastomérov a je považovaný za dôvod lepších únavových vlastností týchto elastomérov oproti neplneným. [39]

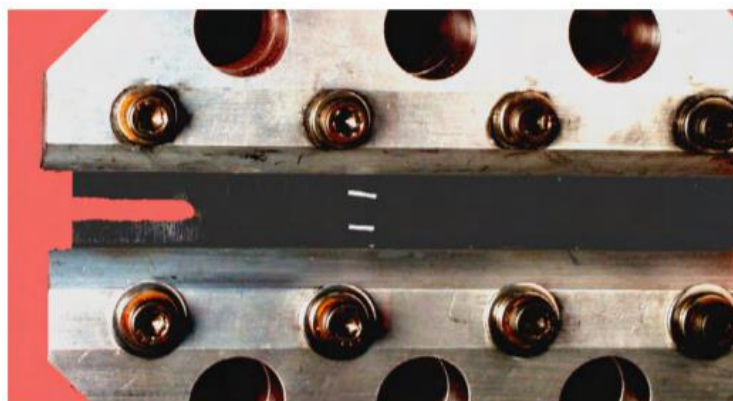
Kryštalizácia

Tento mechanizmus bol spomínaný už vyššie. Ide o jav, kedy v niektorých typoch elastomérov dochádza pri vysokých pretvoreniach do narovnávaní polymérnych reťazcov až do dosiahnutia vysoko usporiadaného stavu čo spôsobuje fázovú zmenu z amorfneho stavu na stav kryštalický. Keď dôjde k výraznému zníženiu pretvorenia, elastomér sa dostane do pôvodného stavu. Keď je elastomér v kryštalickom stave, dochádza k zvýšenej odolnosti voči rastu trhliny a tým k zlepšeniu únavových vlastností.

2.2.5 Únavové skúšky elastomérov

V nasledujúcom texte budú popísané základné skúšky a parametre z nich získavané, používané k popisu únavového chovania elastomérov. Únavové skúšky sa dajú rozdeliť do piatich kategórií podľa vlastností, ktoré sa chcú nimi postihnúť: 1) základné únavové chovanie¹¹, 2) vlastná pevnosť¹², 3) predĺžená životnosť¹³, 4) nerelaxujúce chovanie, 5) teplotné chovanie. Skúšky, ktoré sa používajú na vytvorenie modelu hyperelastického konštitutívneho vzťahu popisujúceho deformačne-napäťové chovanie elastoméru budú uvedené v kapitole 4.2 (model materiálu). [40]

2.2.5.1 Základné únavové chovanie



Obrázok 2.12: Vzorka s trhlinou pre ťah v rovinnej deformácii [41]

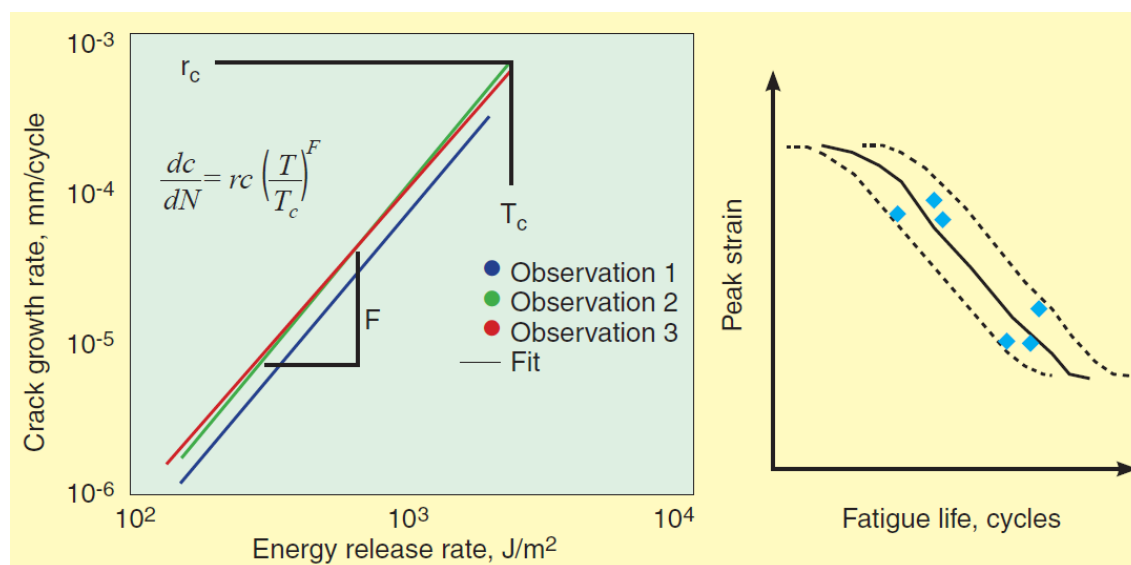
¹¹ angl. *core fatigue behaviour*

¹² angl. *intrinsic strength*

¹³ angl. *extended life*

Skúšky pre získanie parametrov popisujúce základné únavové chovanie elastomérov sa delia do dvoch skupín. Prvou sú skúšky pevnosti, kde je skúška, ktorá sa uskutočňuje na vzorkách s trhlinou pre ťah v rovinnej deformácii (obrázok 2.13), ktorej cieľom je získať kritickú rýchlosť uvoľňovania energie T_c a skúška v jednoosom ťahu až do lomu. Výsledky týchto skúšok sú potom použité na nastavenie skúšok z druhej skupiny vykonaných na rovnakých vzorkách.

Prvou skúškou z tejto skupiny sa meria rýchlosť šírenia trhliny dc/dN v závislosti na rýchlosti uvoľňovania energie T (krivka rýchlosti šírenia trhliny). Následne je na výsledky naitovaná mocninná závislosť so sklonom F a konštantami r_c , T_c . Druhou skúškou sa meria počet cyklov do lomu vzorky v jednoosovom ťahu pri konštantnom pretvorení (krivka životnosti) (obrázok 2.14).



Obrázok 2.13: Krivka rýchlosti šírenia trhliny a krivka životnosti [40]

Z predchádzajúcich dvoch skúšok je možné následne získať veľkosť mikrotrhlín, ktoré sa nachádzajú v pôvodnom materiáli. Veľkosť trhlín je určená nájdením hodnoty c_0 v nasledujúcom vzťahu pre výpočet počtu cyklov do lomu, ktorá vedie k najlepšej zhode medzi bodmi na krivke životnosti zo skúšky a krivkou životnosti vypočítanou z krivky rýchlosti šírenia trhliny $f(T)$ podľa tohto vzťahu (plná čiara na obrázku 2.14).

$$N = \int_{c_0}^{c_f} \frac{1}{f(T)} dc \quad (2.9)$$

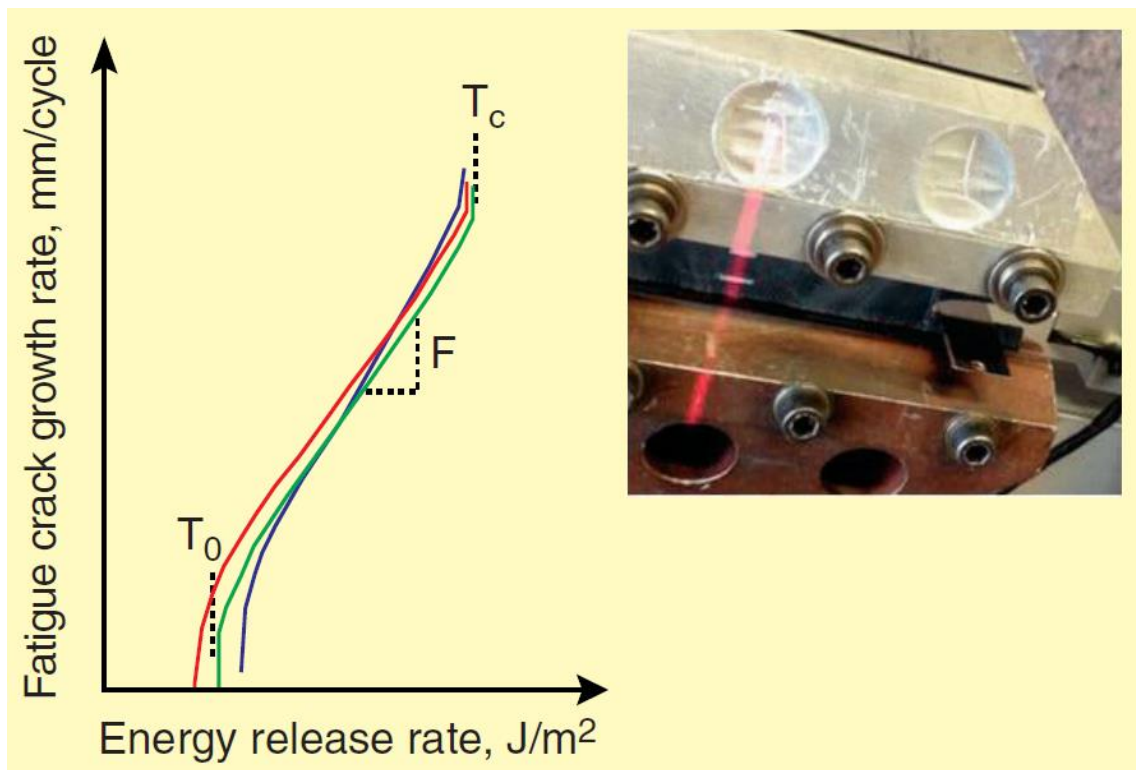
2.2.5.2 Vlastná pevnosť

Keď sa v danej aplikácii očakáva únavová životnosť prevyšujúca milión cyklov, mala by sa merať vlastná pevnosť elastoméru T_0 (*intrinsic strength*), ktorá určuje minimálnu rýchlosť uvoľňovania energie, pri ktorej ešte nastáva rast trhliny. Z obrázku 2.15 je vidieť, že vlastná pevnosť je dolná hranica na krivke rýchlosti šírenia trhliny, tzn., že sa očakáva nekonečná životnosť elastoméru ak je maximálne zaťaženie pod touto hranicou.

Existuje niekoľko metód ako určiť túto hodnotu, najpoužívanejšou je rezacia skúška s využitím vzorky pre ťah v rovinnej deformácii (obrázok 2.15). Pri tejto skúške sa zaostrená čepeľ vkladá do trhliny na vzorke, ktorá je deformácie zaťažovaná, meria sa pretvorenie pomocou laserového extenzometru a rezacia sila pomocou senzoru na čepeli. Súvislosť rezacej sily f a vlastnej pevnosti T_0 je vyjadrená nasledovným vzťahom.

$$KT_0 = Wh + \frac{f}{t} \quad (2.10)$$

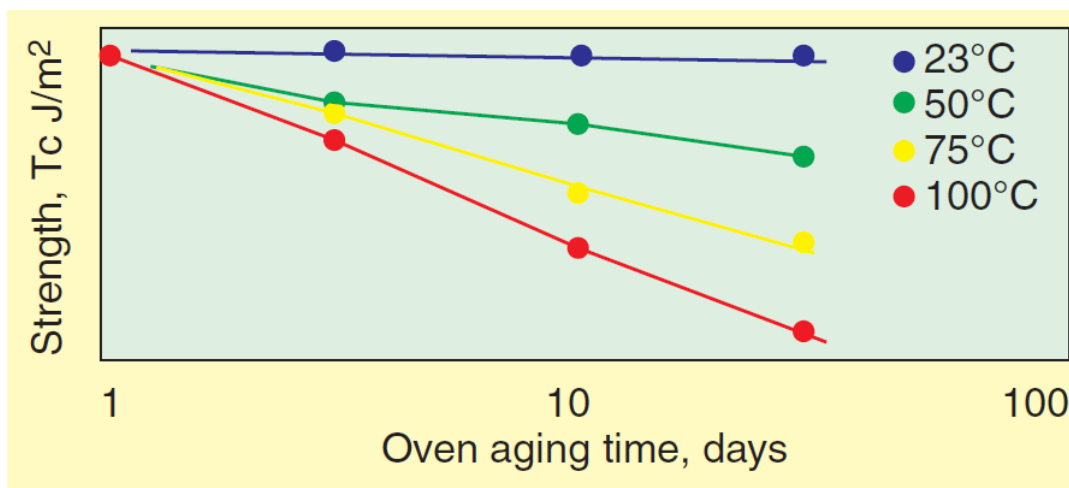
Kde W [J/m^3] je merná deformačná energia, h [mm] je výška vzorky, f [N] je rezacia sila na čepeli, t [mm] je hrúbka vzorky a K [-] je konštanta spojená s ostrosťou čepele.



Obrázok 2.14: Vlastná pevnosť T_0 na krivke rýchlosti šírenia trhliny [40]

2.2.5.3 Predĺžená životnosť

Keď sa predpokladá, že pre životnosť súčasti bude hrať dôležitú úlohu starnutie, je potrebné uvažovať ako sa tuhosť, kritická rýchlosť uvoľňovania energie a vlastná pevnosť menia v čase. V tomto prípade sa vykonajú skúšky starnutia kde sa sleduje zmena parametrov v priebehu niekoľkých dní za rozdielnych teplôt (obrázok 2.16)



Obrázok 2.15: Závislosť kritickej rýchlosti uvoľňovania energie na dobe starnutia a teplote [40]

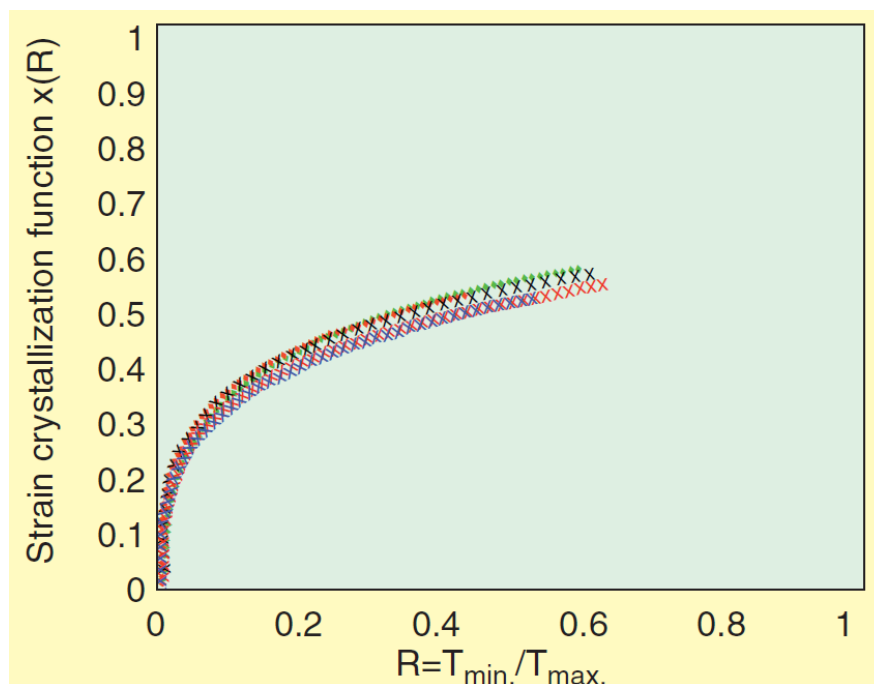
2.2.5.4 Chovanie pri nerelaxujúcom zaťažení

Za podmienok kedy dochádza k nerelaxujúcemu zaťažovaniu (minimálna hodnota zaťaženia nikdy nedosahuje nulu) dochádza v niektorých elastoméroch (najznámejší príklad je prírodná guma) ku kryštalizácii vplyvom deformácie, ktorá výrazne zlepšuje únavové vlastnosti elastoméru (bližšie viď predchádzajúca kapitola). V prípadoch kedy sa pri návrhu súčasti spolieha na tento efekt aby bola dosiahnutá zvýšená životnosť, je nutné zmerať efekt kryštalizácie na šírenie trhliny.

Najčastejším prístupom na meranie tohto efektu je použiť skúšky zastavenia trhliny. Skúška spočíva v postupnom zvyšovaní minimálneho pretvorenia z nulovej hodnoty (plne relaxujúce zaťažovanie) pri konštantnom maximálnom pretvorení, čo má za následok postupné zvyšovanie kryštalizácie a tým znižovanie rýchlosti šírenia trhliny. Výsledky sa prezentujú vo forme funkcie kryštalizácie $x(R)$ v závislosti na súčiniteli asymetrie cyklu R (obrázok 2.17). Funkcia kryštalizácie je vyjadrená nasledovným vzťahom.

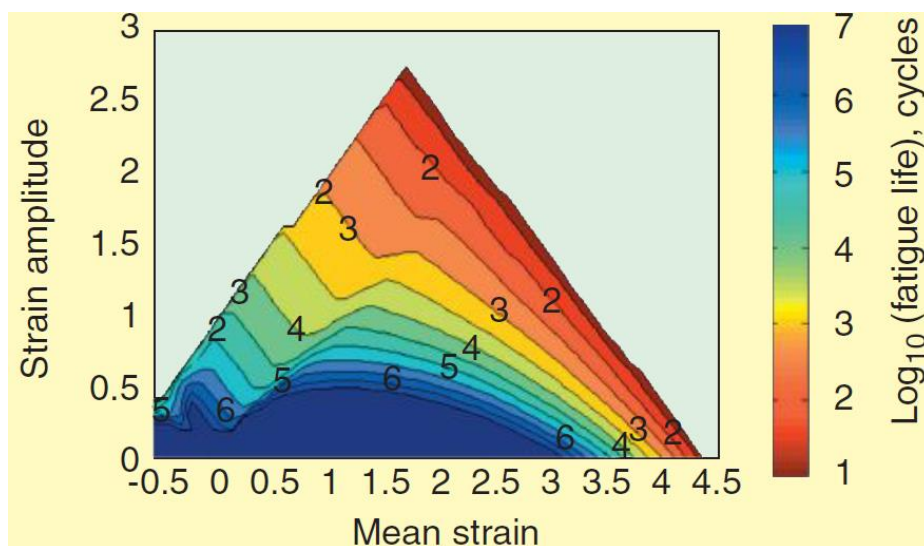
$$x(R) = 1 - \frac{F_0}{F(R)} \quad (2.11)$$

Kde F je sklon krivky rýchlosti šírenia trhliny pre danú hodnotu súčiniteľa asymetrie cyklu a F_0 je sklon tejto krivky za podmienok plne relaxujúceho zaťažovania ($R = 0$).



Obrázok 2.16: Funkcia kryštalizácie v závislosti na súčiniteli asymetrie cyklu [40]

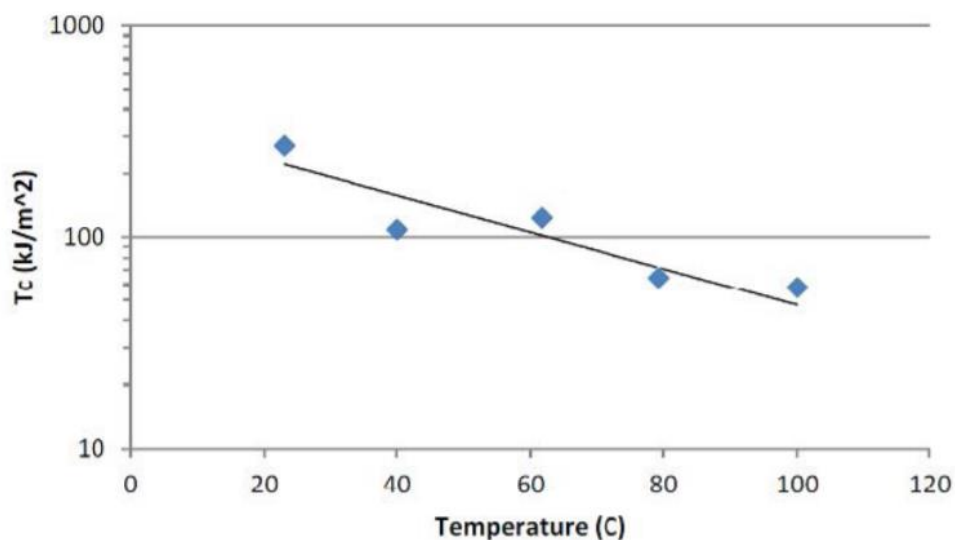
Po získaní funkcie kryštalizácie je možné tieto výsledky skombinovať s výsledkami zo skúšok pre popis základného únavového chovania a vypočítať ako sa bude meniť únavová životnosť v závislosti na strednej hodnote a amplitúde pretvorenia. Následné zobrazenie v Haighovom diagrame poskytuje prehľad o únavovej životnosti pre širokú škálu podmienok.



Obrázok 2.17: Haighov diagram zobrazujúci závislosť únavovej životnosti na strednej hodnote a amplitúde pretvorenia [40]

2.2.5.5 Teplotné chovanie

Elastomér ako tepelný izolátor je často použitý v aplikáciách s vysokým teplotným gradientom spôsobeným disipáciou tepla alebo veľkým rozdielom okrajových teplôt. Únavové chovanie elastomérov je vysoko závislé na teplote, takže ak dochádza v komponente k veľkým teplotným gradientom je nutné získať parametre, ktoré umožňujú túto skutočnosť postihnúť v nasledovnej simulácii. Najčastejšie sa získavajú parametre ako disipácia tepla ako funkcie amplitúdy pretvorenia, tepelná vodivosť, závislosť kritickej rýchlosti uvoľňovania energie (obrázok 2.19) a ostatných únavových parametrov na teplote.



Obrázok 2.18: Závislosť kritickej rýchlosti uvoľňovania energie na teplote [41]

3 ANALÝZA ENTITY ZÁUJMU A VÝBER METÓDY RIEŠENIA PROBLÉMU

3.1 Analýza entity záujmu podľa atribútov systémového prístupu

Nasledujúci text analyzuje pojem „elastomérové komponenty flexibilnej spojky“ podľa jednotlivých atribútov systémového prístupu.

Atribút A0 – Vymedzenie „entity záujmu“ subjektu

Entitou záujmu sú „elastomérové komponenty flexibilnej spojky“. Jedná sa o dvojzložkovú entitu zloženú z pojmov „elastomérový komponent“ a „flexibilná spojka“.

Atribút A1 – Pojmová čistota

Elastomérový komponent je súčasť z elastoméru – prírodného alebo syntetického polymérneho materiálu, ktorý pozostáva z dlhých makromolekulárnych reťazcov náhodne usporiadaných do prepletených kĺbiek. Flexibilná spojka je strojná súčiastka, ktorá je súčasťou dvojitej spojky, ktorá spája hnací a hnaný hriadeľ a slúži na prenos krútiaceho momentu a na kompenzáciu nepresností vzájomnej polohy hnacieho a hnaného hriadeľa.

Atribút A2 – Vymedzenie problémovej situácie a problému

Vid' kapitola 1 (Motivácia – problémovej situácia)

Atribút A3 – Posudzovanie štruktúr entít

Štruktúrovanosť ako účelové usporiadanie prvkov celku, v tomto prípade flexibilnej spojky ako súčasti dvojitej spojky: spojka pozostáva zo šiestich segmentov, ktoré sú tvorené elastomérovými komponentami oddelenými tenkými plechmi a spojenými z jednej strany na hnací, resp. hnaný hriadeľ prostredníctvom nábojov s ramenami a z druhej na dutý intermediárny hriadeľ (podrobnejší opis v podkapitole 2.1).

Atribút A4 – Posudzovanie podstatnosti u entít

Systém podstatných veličín je tvorený podmnožinami S0 – S8, ktoré obsahujú nasledujúce veličiny:

S0 – Okolie entity: obsahuje veličiny popisujúce prvky okolia entity – prevodovka, osa kolies, kolesá, motor, podvozok, súprava, prostredie.

S1 – Topológia a geometria entity: priestorové usporiadanie spojky, tvar, rozmery.

S2 – Väzby entity s okolím: uloženie elastomérových komponentov v rámci spojky, uloženie spojky v rámci pohonovej sústavy.

S3 – Aktivácia entity: predpätie, krútiaci moment, osový posuv, kardanický posuv, uhlová rýchlosť.

S4 – Ovplyvňovanie entity: prázdna množina.

S5 – Vlastnosti entity: rozmery, konštitutívne vzťahy materiálu.

S6 – Procesy: problém je riešený na makroúrovni mechaniky, preto procesy ktoré prebiehajú v štruktúre materiálu a vedú na deformáciu a tým napätosť nie sú podstatné, množina je prázdna.

S7 – Prejavy entity: deformácia a napätie

S8 – Dôsledky prejavov: vznik medzného stavu únavového porušenia

Atribút A5 – Posudzovanie komplexnosti entít

Vnútorne väzby: väzby v rámci segmentov medzi jednotlivými elastomérovými komponentami a plechmi, ktoré ich oddeľujú. Väzby medzi segmentami.

Vonkajšie väzby: väzba spojky s okolím, na jednej strane s hriadeľom kolies a na druhej strane s výstupným hriadeľom prevodovky.

Atribút A6 – Hierarchické posudzovanie entít

Na entite elastomérové komponenty flexibilnej spojky nie je možné realizovať usporiadanie nadržadenosti a podradenosti.

Atribút A7 – Orientované posudzovanie entít

Príčinná orientovanosť: príčina – zaťaženie pri prevádzke nastane pred následkom – vznikom stavu deformácie a napätosti.

Atribút A8 – Stupeň otvorenosti entít – jej okolie

Z hľadiska riešeného problému je entita izolovaná – nenastávajú žiadne významné interakcie s okolím

Atribút A9 – Posudzovanie úrovňovej vyváženosti entít

Z hľadiska štruktúry spojky by mali mať všetky jej prvky a väzby medzi nimi takú úroveň vyváženosti aby prispievali k jej cieľovému chovaniu (prenášaniu krútiaceho momentu a kompenzácii nepresností vzájomnej polohy hnacieho a hnaneého člena).

Atribút A10 – Posudzovanie dynamickosti entít

Časovo premennými sú materiálové vlastnosti jednotlivých prvkov spojky, ktoré sa s používaním zhoršujú, zaťaženie a z toho vyplývajúce zložky tenzorov napätia a pretvorenia.

Atribút A11 – Posudzovanie stochastickosti entít

Veličiny súvisiace s entitou a procesy na entite sú stochastické. Aby bolo možné problém riešiť, sú uvažované ako deterministické.

Atribút A12 – Posudzovať cieľové chovanie entity

U spojky je cieľovým chovaním prenos krútiaceho momentu a kompenzácia nepresností vzájomnej polohy hnacieho a hnaného člena.

Atribút A13 – U entít posudzovať možnosť vzniku chaosu a synergetického efektu

Výskyt deterministického chaosu a synergetického efektu sa neuvažuje.

Atribúty A14 – A20

Tieto atribúty odporúčajú využívanie súčasnej úrovne poznatkov vedy a techniky a zaoberajú sa etickými aspektami subjektov k entitám (dodržiavanie etických noriem, zodpovednosť za vierohodnosť výsledkov).

3.2 Voľba metódy riešenia problému

Typ problému

Problém riešený v tejto práci, t. j. určovanie deformačne-napäťových stavov elastomérových komponentov možno charakterizovať ako problém priamy príčinný, t. j. vstupom do algoritmu riešenia problému sú vlastnosti okolia, geometria objektu, väzby objektu na okolie, aktivácia objektu, ovplyvňovanie objektu a vlastnosti prvkov štruktúry objektu a výstupom, teda riešením problému sú procesy a stavy objektu, jeho prejavy a dôsledky prejavov.

Prístup k riešeniu problému

Vzhľadom na nemožnosť riešiť problém priamym prístupom (pokús – omyl), bude tento problém riešený nepriamym prístupom, t. j. s využitím modelového objektu a modelovania.

Typ modelovania

Jediný typ modelovania používaný na určovanie deformačne-napäťových stavov s ktorým sa autor tejto práce stretol počas štúdia a ktorý sa javí ako ideálny vzhľadom na formuláciu problému je modelovanie výpočtové.

Matematická teória

Najvyužívanejšou matematickou teóriou k určovaniu deformačne-napäťových stavov telies so zložitou geometriou ako je to v prípade tejto práce je metóda konečných prvkov, numerická metóda formulovaná variačným prístupom. Využitie tejto metódy umožňuje množstvo komerčne dostupných programových systémov.

Výber softvéru

Algoritmus riešenia bude realizovaný s použitím programového systému ANSYS Workbench (verzia 19.2) od americkej firmy ANSYS, ktorý umožňuje vykonávať simulácie s využitím metódy konečných prvkov. Na časť realizácie algoritmu, hlavne spracovanie výsledkov, bude použitý programový systém MATLAB (verzia 2018a) od americkej firmy MathWorks.

Výber prvkov

Bude popísaný v podkapitole 4.4 (Model diskretizácie)

Výber hardvéru

Na realizáciu výpočtov v systéme ANSYS bude použitý hardvér s nasledujúcimi parametrami:

- *operačný systém*: Windows 10
- *RAM*: 64 GB
- *procesor*: AMD EPYC 7251 2.1 GHz

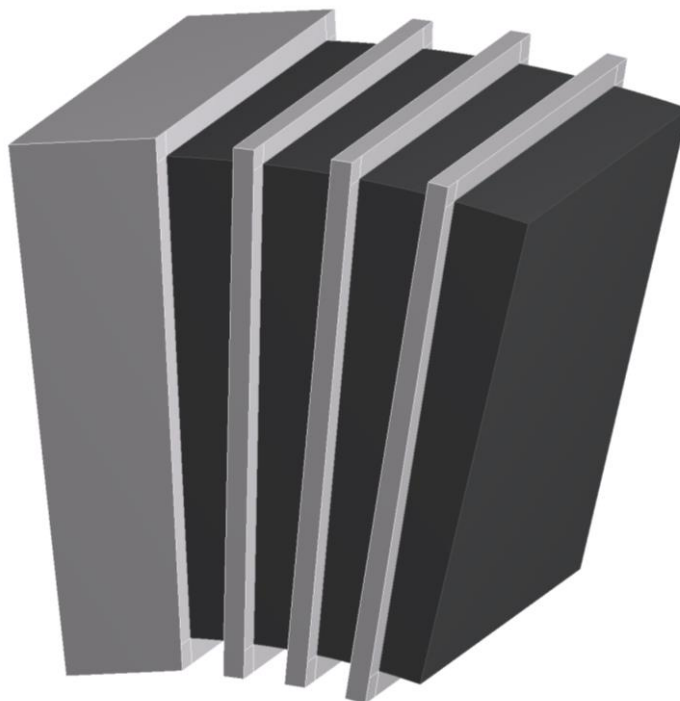
4 VÝPOČTOVÝ MODEL

V nasledujúcom texte bude popísané vytváranie čiastkových modelov výpočtového modelu (model geometrie, model materiálu, model okrajových podmienok a model diskretizácie). Na vypracovanie bola použitá literatúra [42] a [43].

4.1 Model geometrie

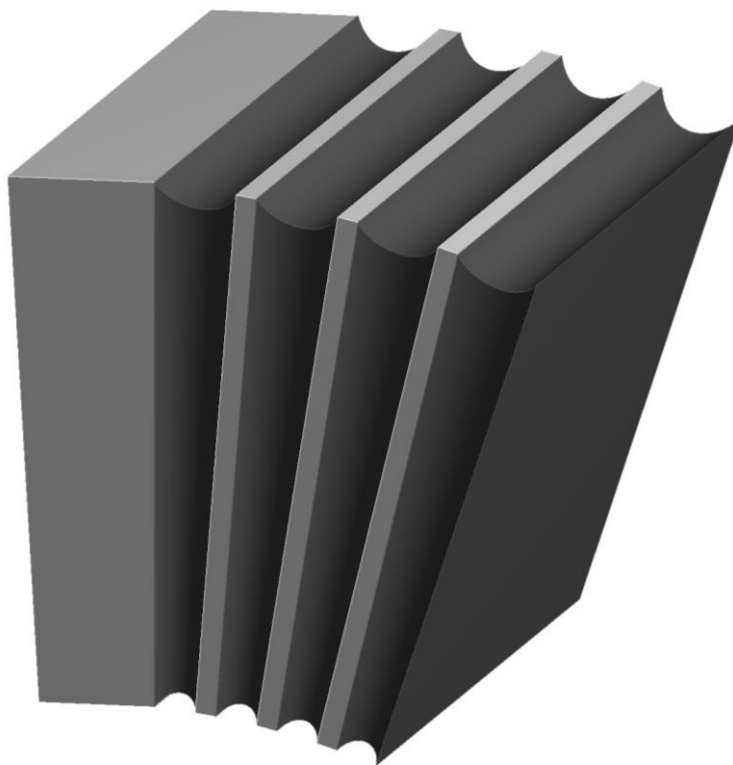
Pri vytváraní modelu geometrie segmentu pre výpočtový model boli použité modely geometrie a výkresy segmentov poskytnuté výrobcom prevodoviek. Pri úprave resp. vytváraní modelu geometrie segmentu v programovom systéme ANSYS boli jednotlivé časti geometrie spojené do jedného celku čím sa zaručí nadväznosť konečno-prvkovej siete.

Ako prvý bol vytvorený zjednodušený variant modelu geometrie (obrázok 4.1, na nasledujúcich obrázkoch modelov geometrie segmentov sú zobrazené iba ich symetrické polovice), ktorý vznikol z modelu geometrie poskytnutého výrobcom odstránením prvkov, ktoré sú z hľadiska riešeného problému nepodstatné a ktoré by komplikovali tvorbu konečno-prvkovej siete, t. j. otvory pre spojovacie skrutky a okrajové plechy s prírubou (viď obrázky 2.2 a 2.3). Spomínané prvky sú nepodstatné vzhľadom k tomu, že záujmom v tejto práci je určovanie deformačne-napäťových stavov elastomérových prvkov segmentu, ktoré majú rádovo menšiu tuhosť ako prvky kovové. Tento model bol následne použitý na oboznámenie sa s problémom a odladenie modelu okrajových podmienok jednotlivých zaťažovacích stavov v programovom systéme ANSYS.



Obrázok 4.1: Prvý zjednodušený variant modelu geometrie segmentu

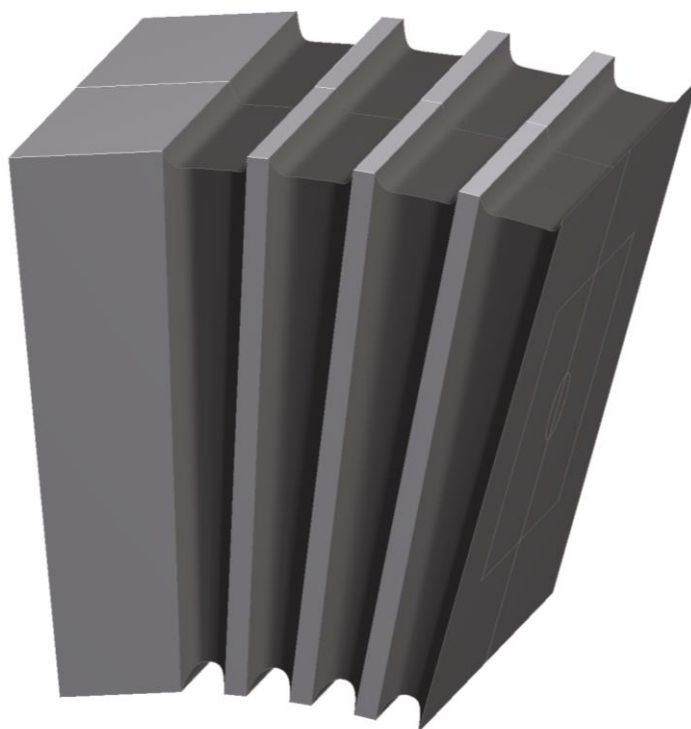
Druhý zjednodušený variant modelu geometrie (obrázok 4.2) už bol vytváraný na základe výkresov samostatne autorom práce v programovom systéme ANSYS DesignModeler a boli do neho zahrnuté rádiusy na okrajoch elastomérových častí. Tento model geometrie však stále dostatočne nereprezentoval skutočný segment, hlavne s ohľadom na nedeformovanú geometriu (pred vložením segmentu do ramien náboja, t. j. pred aplikovaním predpätia – vid' podkapitola 4.3 Model okrajových podmienok)



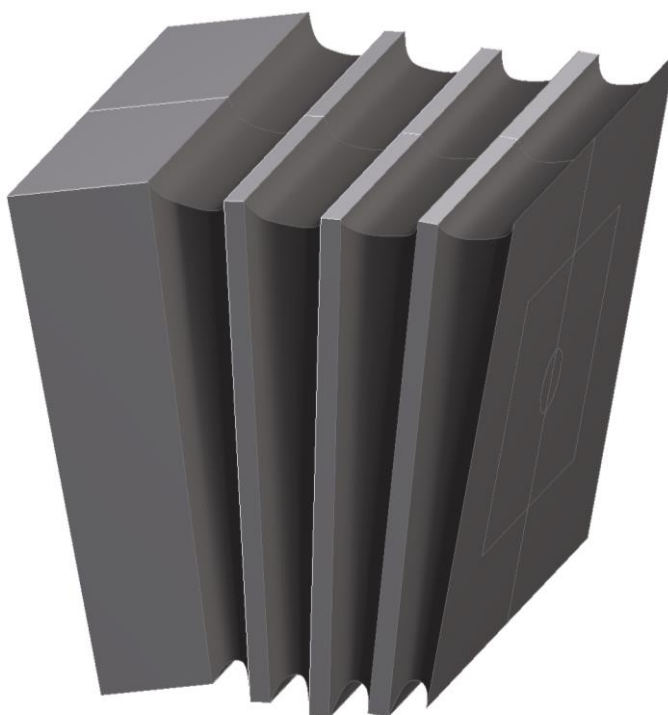
Obrázok 4.2: Druhý zjednodušený variant modelu geometrie segmentu

Po získaní výkresov segmentu, z ktorých bolo možné zistiť pôvodnú nedeformovanú geometriu, boli vytvorené dva varianty modelu geometrie skutočného segmentu, ktoré sú používané výrobcom prevodoviek (obrázky 4.3 a 4.4). Hlavným prvkom, ktorým sa tieto dva varianty medzi sebou líšia je pozícia plieškov, ktorá je v prípade druhého variantu výrazne posunutá k ose spojky v radiálnom smere. Podľa dodávateľa spojok je tento variant výsledkom úpravy prvého variantu segmentu s cieľom zvýšiť jeho životnosť. Jedným z cieľov tejto práce bolo posúdiť či je možné takýmto zásahom skutočne zvýšiť životnosť.

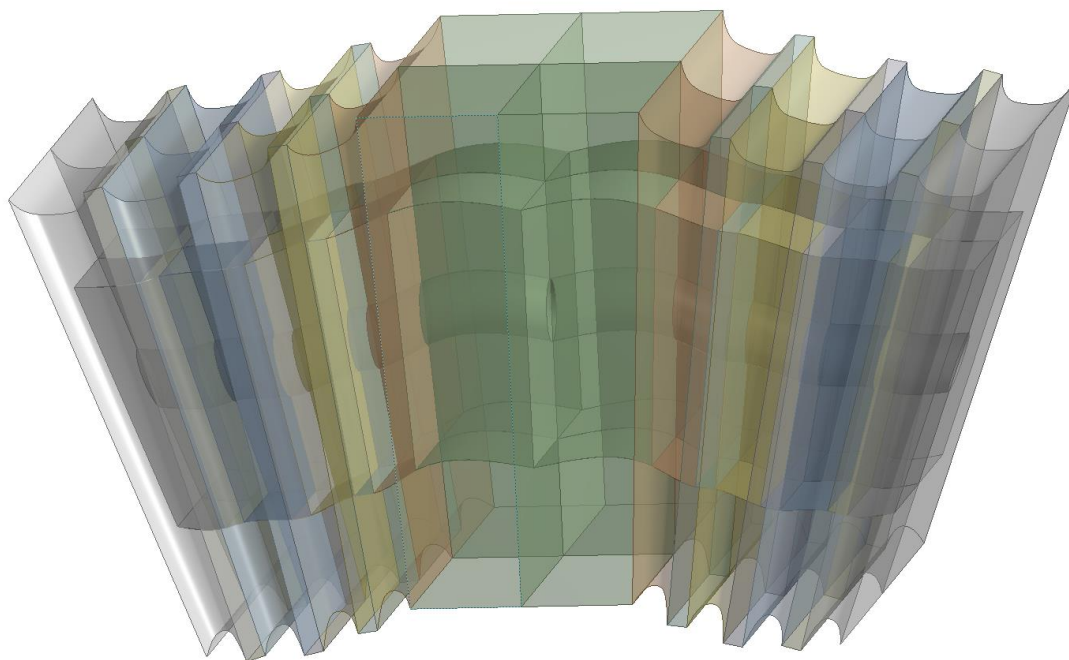
Tieto modely boli okrem skutočných rádiusov doplnené o technologické otvory nachádzajúce sa v strede kovových plieškov (obrázok 4.5).



Obrázok 4.3: Model geometrie prvého variantu skutočného segmentu



Obrázok 4.4: Model geometrie druhého variantu skutočného segmentu



Obrázok 4.5: Priehľadné zobrazenie modelu geometrie



Obrázok 4.6: Model geometrie flexibilnej spojky

Následne bolo možné nakopírovať segment aby sa získal model geometrie pre vizualizáciu celej flexibilnej spojky (obrázok 4.6), ktorý na záverečné výpočty nebol použitý z dôvodu využitia symetrie pre zníženie výpočtového času.

4.2 Model materiálu

Pre úplné určenie materiálových parametrov modelov hyperelastického konštitútívneho vzťahu sa v praxi najčastejšie používajú nasledujúce skúšky: Skúška jednoosovým ťahom, skúška ekvibiaxiálna, skúška ťahom pri nulových priečných posuvoch a skúška objemovej stlačiteľnosti.

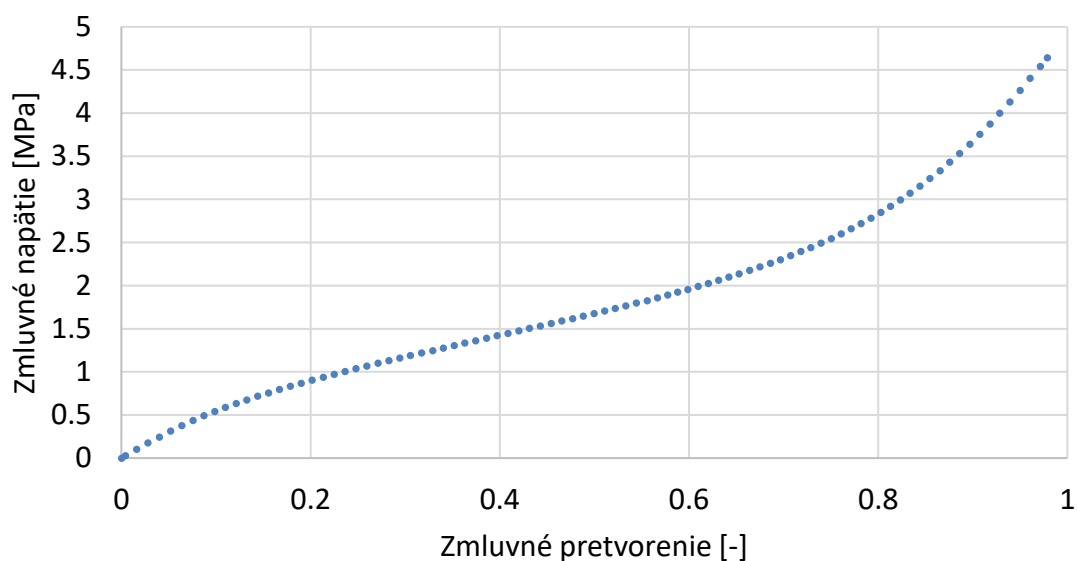
Nasledujúci text popisuje skúšku materiálu použitého v elastomérových segmentoch flexibilnej spojky a jej spracovanie pre získanie parametrov modelu konštitútívneho vzťahu. Skúška bola vykonaná Ing. Pavlom Skácelom Ph.D. v laboratóriu Ústavu Mechaniky telies, mechatroniky a biomechaniky, FSI, VUT.

Z dôvodu nedostupnosti normalizovaných vzoriek použitého materiálu pre vykonanie skúšky boli na vytvorenie vzoriek použité elastomérové segmenty dodané výrobcom prevodoviek. Z nich boli vyrezané vzorky o veľkosti približne 2x5x60 mm, na ktorých bola vykonaná skúška jednoosovým ťahom (obrázok 4.7).



Obrázok 4.7: Vzorky pre skúšku jednoosovým ťahom a rez segmentu, z ktorého boli získané

Skúška jednoosovým ťahom bola uskutočnená za kvázi-statických podmienok (rýchlosť deformácie približne 1%/s) kvôli eliminácii viskózných efektov a za pokojových teplotných podmienok: izbová teplota 20°C (Okrem tejto skúšky bola pre potreby výrobcu prevodoviek vykonaná aj skúška pri zvýšenej rýchlosti deformácie, pri zvýšenej teplote a skúška relaxácie napätia, ktoré tu nebudú popísané vzhľadom k nepoužitiu ich výsledkov k následnému výpočtovému modelovaniu). Vzorky boli získané z nových (v prevádzke nepoužitých) segmentov a aby bol vzatý do úvahy Mullinsov efekt (zmäkčovanie materiálu v závislosti na histórii deformácie) bolo použité cyklovanie – na získanie satureovanej odozvy boli vykonané tri cykly v rozsahu 0-100% zmluvného pretvorenia (predpokladaná úroveň deformácie v aplikácii elastomérových segmentov). Skúška bola uskutočnená na skúšobnom zariadení ZWICK Z020 TND, deformácia bola meraná z povrchu vzoriek extenzometrom MULTISENS. Získaná deformačne-napäťová odozva materiálu je zobrazená na obrázku 4.8.



Obrázok 4.8: Deformačne napäťová odozva materiálu z elastomérové segmentu

Vzhľadom na nedostatok skúšok potrebných k určeniu materiálových parametrov modelu hyperelastického konštitutívneho vzťahu boli uvažované nasledujúce tri modely, ktoré sú definované nízkym počtom parametrov a nie sú výrazne citlivé na nedostatok skúšok: Neo-Hooke, Arruda-Boyce, Yeoh. Boli uvažované nestlačiteľné varianty týchto modelov (nestlačiteľnosť je bežným predpokladom pri technických gumách pri absencii dát zo skúšky stlačiteľnosti). Modely sú definované nasledovne:

Neo-Hooke

$$W = \frac{\mu}{2}(I_1 - 3) \quad (4.1)$$

Arruda-Boyce

$$W = \mu \lambda_L \left[\beta \lambda_{chain} - \lambda_L \ln \left(\frac{\sinh(\beta)}{\beta} \right) \right] \quad (4.2)$$

kde

$$\beta = L^{-1} \left(\frac{\lambda_{chain}}{\lambda_L} \right), \lambda_L = \sqrt{N}, \lambda_{chain} = \sqrt{\frac{I_1}{3}}, \mu = nkT$$

Yeoh

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (4.3)$$

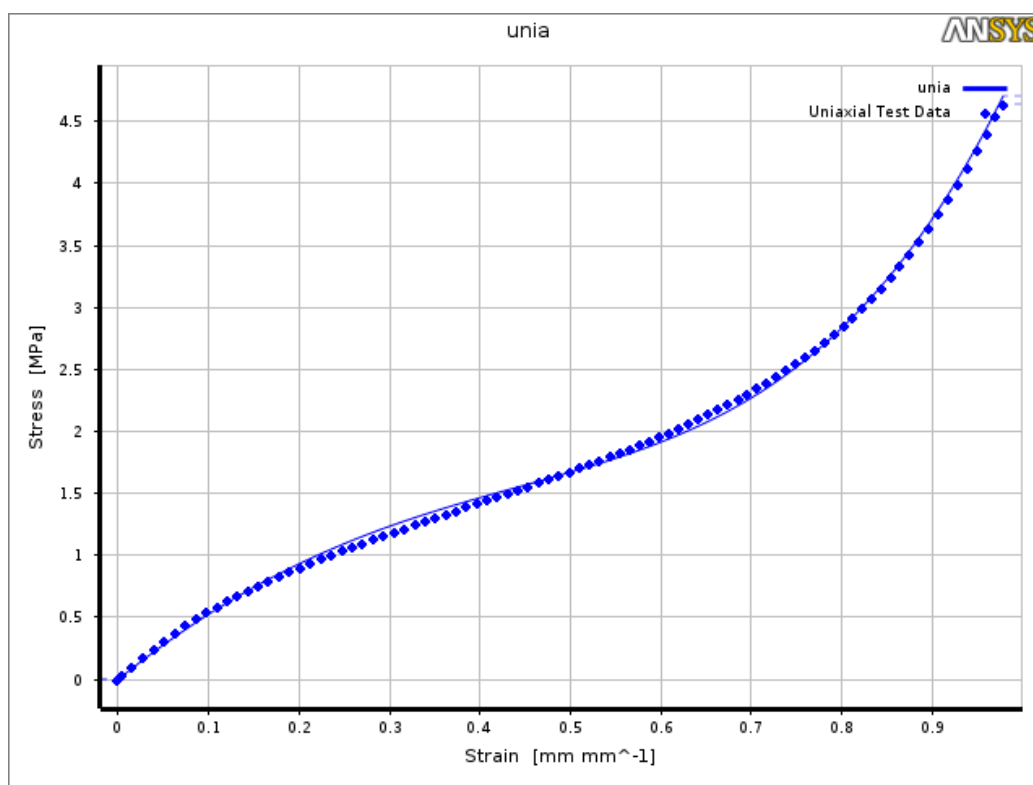
Význam použitých veličín: W – merná deformačná energia, I_1 – prvý invariant Cauchy-Greenovho tenzoru deformácie, μ – počiatočný modul pružnosti

v šmyku, c_{10} , c_{20} , c_{30} – materiálové parametre, L^{-1} – inverzná Langevinova funkcia, λ_{chain} – natiahnutie reťazca, λ_L – limitné natiahnutie reťazca, N – počet článkov reťazca, n – hustota reťazca, k – Boltzmannova konštanta, T – absolútna teplota.

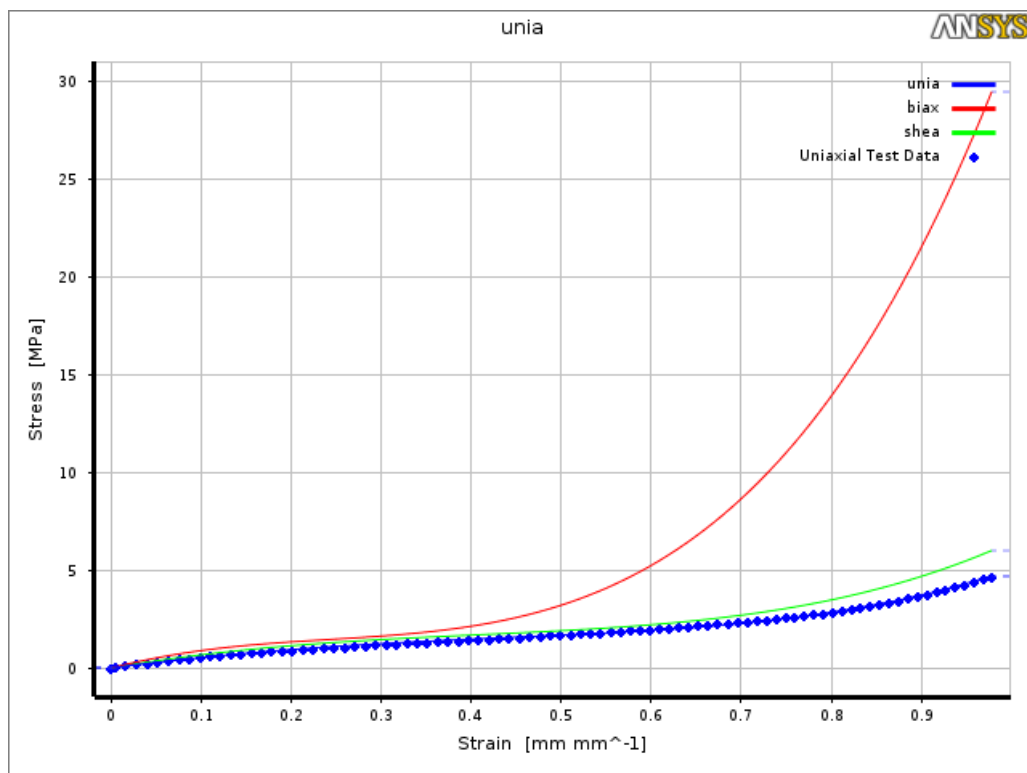
Model Neo-Hooke je popísaný jedinou elastickou konštantou, preto nie je schopný popísať spevňujúcu časť deformačne-napäťovej krivky a je použiteľný do približne 30 % pretvorenia. Po zistení maximálneho pretvorenia v aplikácii flexibilnej spojky (približne 100% zmluvného pretvorenia) bol tento model vyradený.

Modely Yeoh a Arruda-Boyce boli naitované prostredníctvom programového systému ANSYS. Na obrázkoch 4.9 – 4.11 sú zobrazené deformačne-napäťové odozvy týchto modelov v troch zaťažovacích módoch (jednoosový ťah, ekvibiaxiálny ťah, šmyk) v porovnaní s nameranými dátami. Pre lepšiu prehľadnosť je preloženie nameraných dát modelom Yeoh v jednoosovom ťahu znázornené na samostatnom obrázku (z dôvodu vysokého spevnenia pri veľkých deformáciách).

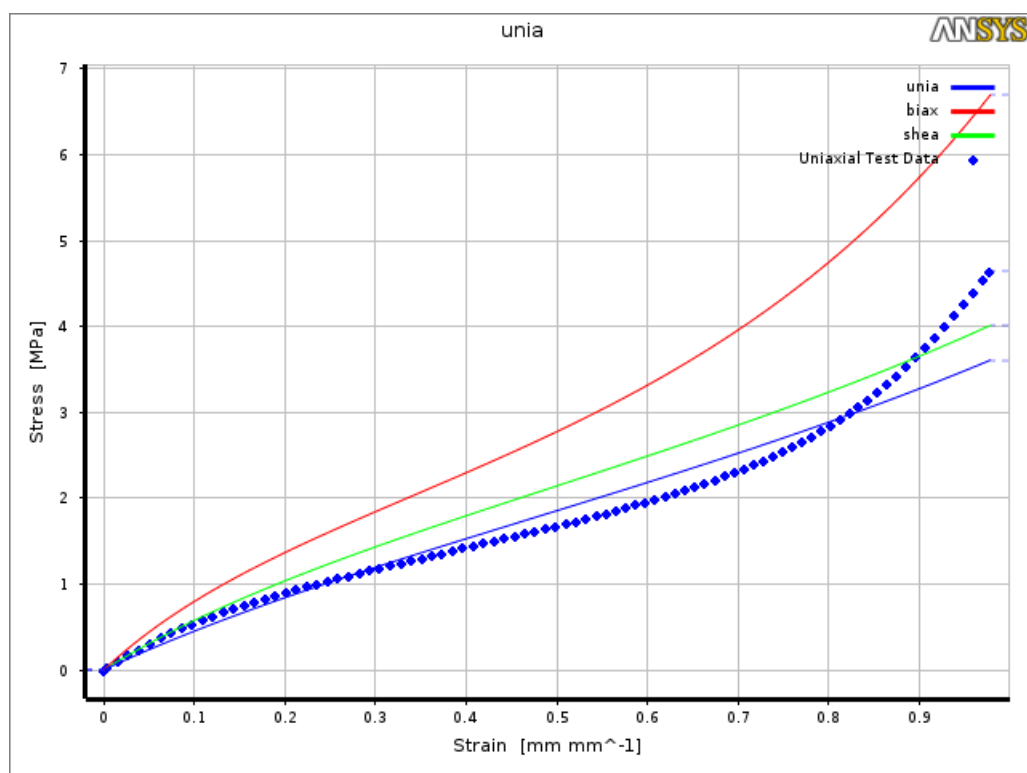
Z obrázkov vyplýva, že model Yeoh je presnejší z pohľadu preloženia nameraných dát, ale z pohľadu spevnenia v ekvibiaxiálnom móde je pravdepodobne nadhodnocujúci. Úroveň spevnenia modelu v ekvibiaxiálnom móde pre deformácie v aplikácii spojky (100%) je však taká, že je možné očakávať rozumné výsledky, preto bude pre výpočtové modelovanie použitý model Yeoh.



Obrázok 4.9: Deformačne-napäťová odozva modelu Yeoh v jednoosovom ťahu v porovnaní s nameranými dátami



Obrázok 4.10: Deformačne-napäťová odozva modelu Yeoh v jednoosovom a ekvibiaxiálnom ťahu a v šmyku v porovnaní s nameranými dátami



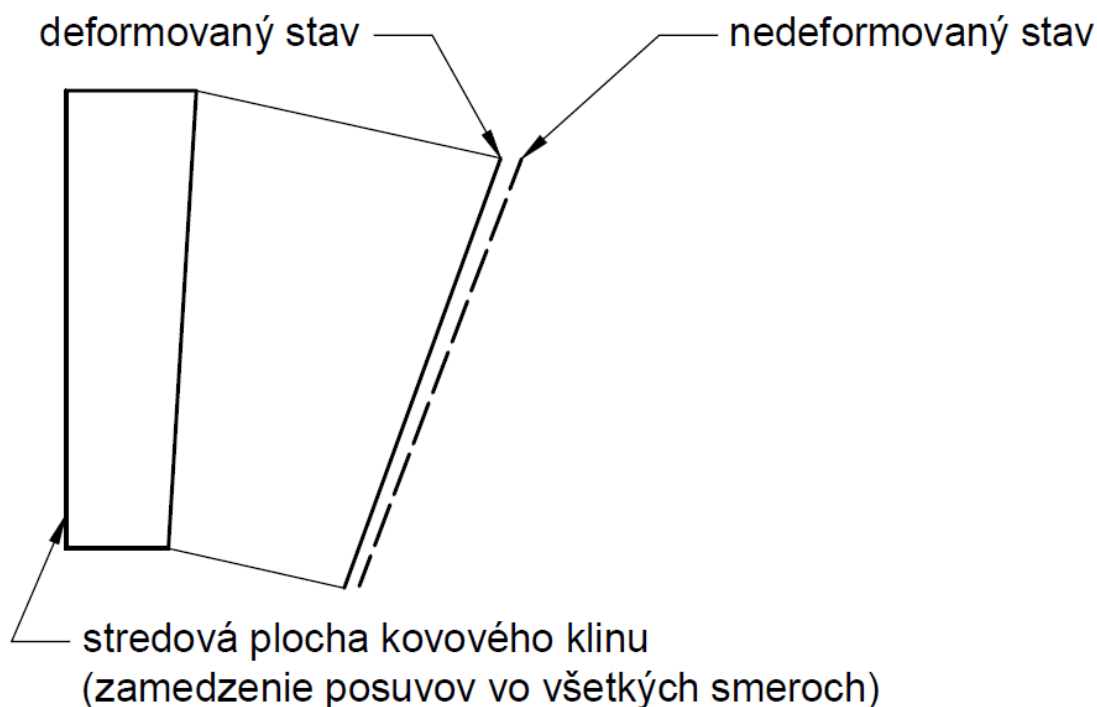
Obrázok 4.11: Deformačne-napäťová odozva modelu Arruda-Boyce v jednoosovom a ekvibiaxiálnom ťahu a v šmyku v porovnaní s nameranými dátami

4.3 Model okrajových podmienok

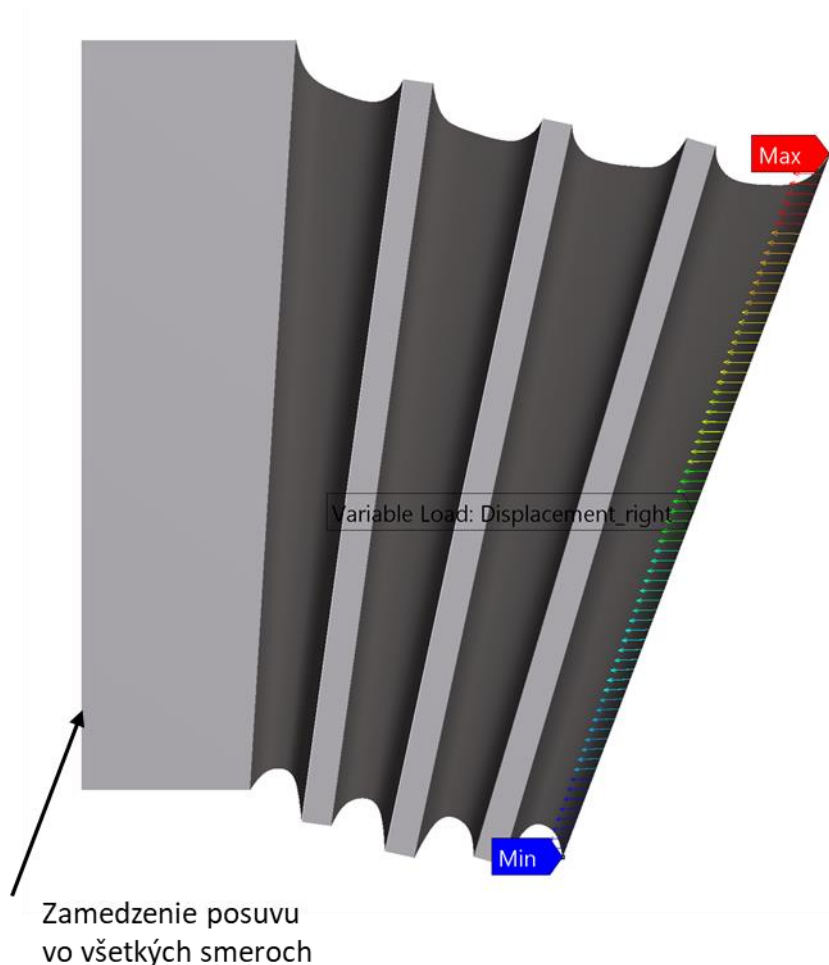
V nasledujúcom texte budú popísané modely okrajových podmienok aplikovaných na elastomérové segmenty pre jednotlivé zaťažovacie stavy, ktoré vychádzajú z prevádzkových podmienok dvojitej spojky. Tam kde to je nutné pre lepšiu predstavu, budú dvojitá spojka a z jej zaťaženia vyplývajúce posuvy segmentu zobrazené schematicky. Konkrétne hodnoty zaťaženia uvádzané nebudú z dôvodu ich považovania za citlivé údaje, ktoré nemožno zverejniť. Pri riešení problému boli použité maximálne hodnoty zaťaženia v prevádzke.

Predpätie

Pri montáži flexibilnej spojky je elastomérový segment vložený medzi ramená náboja hnacieho resp. hnaného člena pričom šírka segmentu je väčšia ako šírka medzery do ktorej je vkladáný, čím dochádza k predpätiu. Tento stav je modelovaný na základe výkresov segmentov v nedeformovanom a deformovanom stave (t. j. po vložení medzi ramená náboja). Podľa týchto výkresov je zistený posuv krajných bodov vonkajšej plochy poslednej elastomérovej časti na segmente a následne v ANSYSe zadaný na túto plochu posuv meniaci sa v závislosti na vertikálnej súradnici. Na stredovej ploche kovového klina sú zamedzené posuvy vo všetkých smeroch. Na obrázkoch 4.12 a 4.13 je schematicky znázornená táto okrajová podmienka. Táto okrajová podmienka je prvým zaťažujúcim krokom pri každom ďalej popísanom zaťažovacom stave.



Obrázok 4.12: Schematické znázornenie okrajovej podmienky predpätie



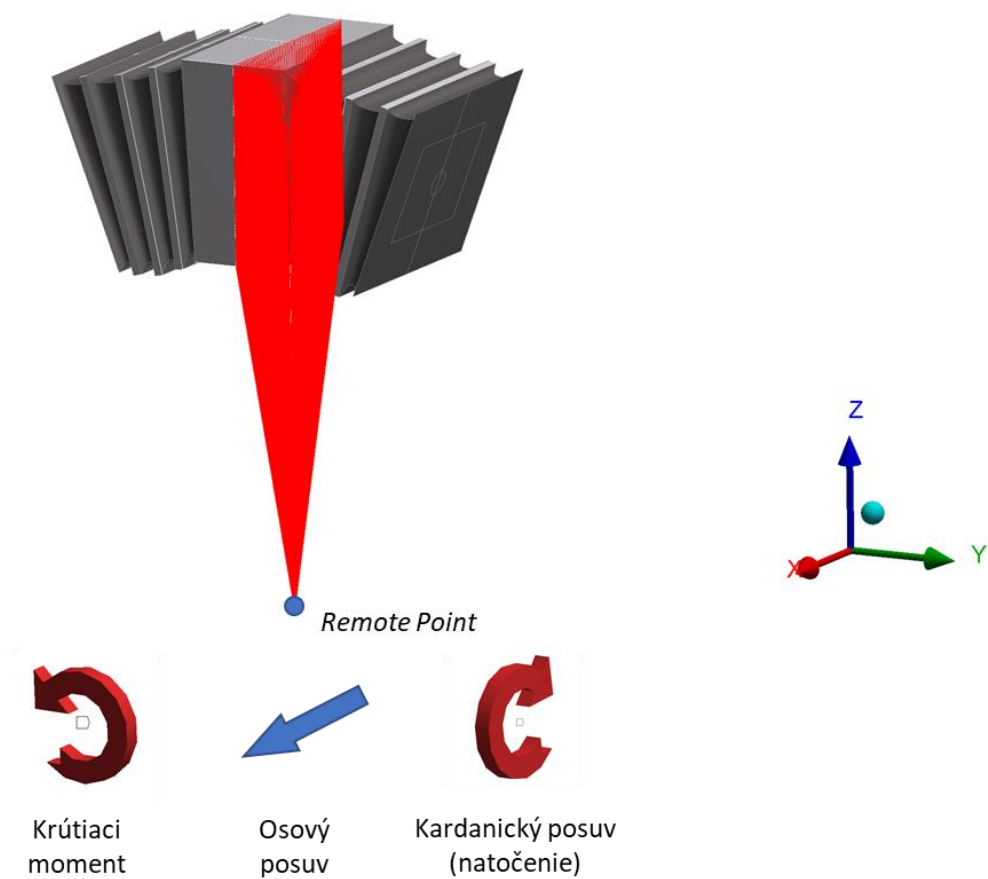
Obrázok 4.13: Znázornenie okrajovej podmienky predpätie v ANSYS

Krútiaci moment

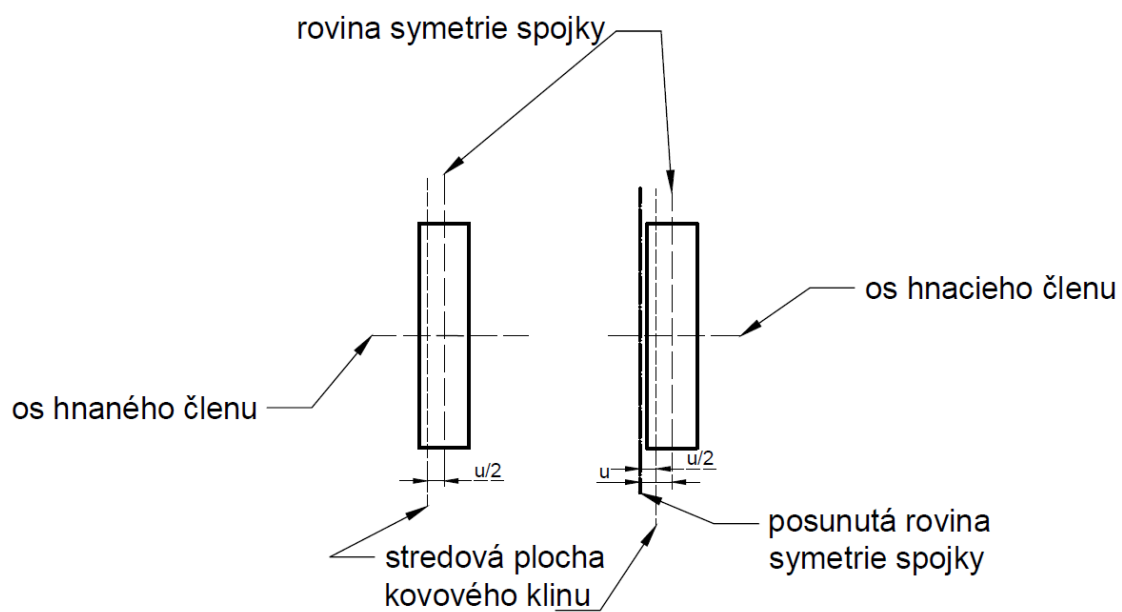
Jedným z cieľových chovaní flexibilnej spojky je prenos krútiaceho momentu. Táto okrajová podmienka je v programe ANSYS riešená s využitím bodu *Remote Point* nachádzajúcim sa na priesečníku osi spojky a roviny symetrie spojky, ku ktorému sú vztiahnuté uzly zo stredovej plochy kovového klinu segmentu a na ktorý je následne aplikovaný moment s nenulovou zložkou v smere x (v súradnicovom systéme s počiatkom v tomto bode a majúcom orientáciu ôs zobrazenu na obrázku 4.14) pričom krajné plochy elastomérových segmentov zostávajú v stave po aplikovaní okrajovej podmienky predpätie.

Osový posuv

Osový posuv vychádza zo zmeny vzájomnej polohy hnacieho a hnaného členu v smere osi spojky (smer x na obrázku 4.14). Podobne ako v prípade krútiaceho momentu, je táto okrajová podmienka riešená za pomoci bodu *Remote Point*, na ktorý sa zadá posuv v smere x v súradnicovom systéme z obrázku 4.14. Okrajová podmienka je schematicky znázornená na obrázku 4.15 kde u značí osový posuv.



Obrázok 4.14: Znázornenie vzťahnutia uzlov stredovej plochy k bodu *Remote Point* a okrajové podmienky naň aplikované (súradnicový systém má počiatok v bode *Remote Point*)



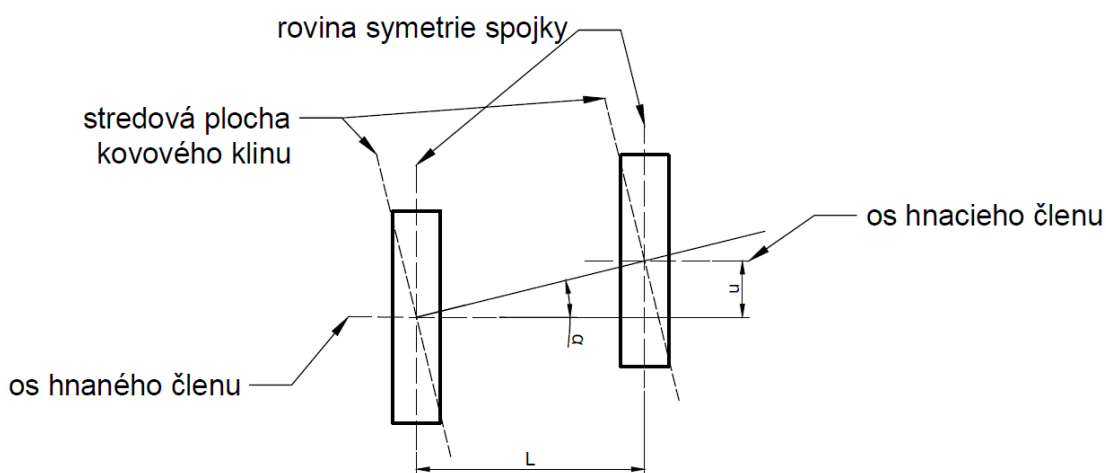
Obrázok 4.15: Schematické znázornenie osového posuvu

Kardanický posuv (natočenie)

Kardanický posuv vychádza zo zmeny vzájomnej polohy hnacieho a hnaného členu v pričnom smere (obrázok 4.16), ktorá má za následok natočenie segmentu okolo osi kolmej na os hnacieho resp. hnaného členu. Táto okrajová podmienka je takisto riešená cez *Remote Point*, na ktorý sa zadá natočenie v smere y v súradnicovom systéme z obrázku 4.14, ktoré sa vypočíta nasledovne:

$$\alpha = \arctan \frac{u}{L} \quad (4.4)$$

Kde α – natočenie, u – kardanický posuv, L – vzdialenosť medzi rovinami symetrie spojok



Obrázok 4.16: Schematické znázornenie kardanického posuvu

Uhlová rýchlosť

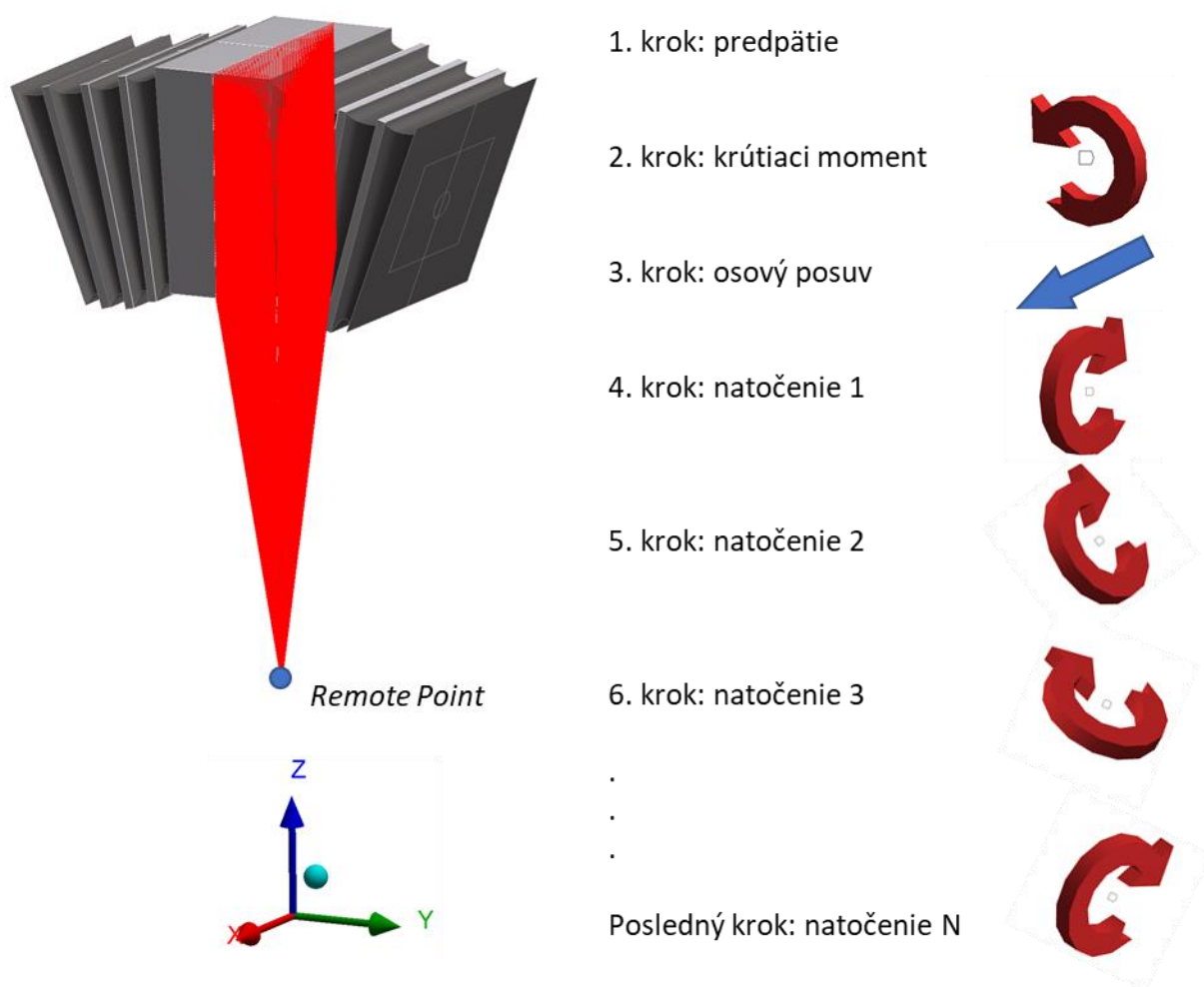
Okrajová podmienka uhlová rýchlosť slúži na zistenie vplyvu odstredivých síl na deformačne-napäťové stavy elastomérových segmentov. V ANSYS-e je riešená za pomoci okrajovej podmienky *Rotational Velocity* aplikovanej na všetky časti segmentu.

Simulácia jednej otáčky

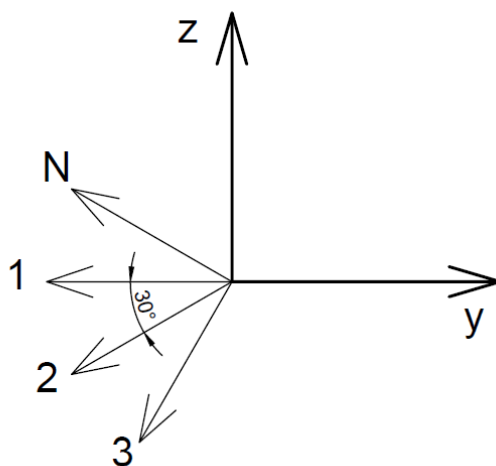
Pre porovnanie dvoch variantov segmentov z hľadiska únavy je nutné nasimulovať jeden cyklus, t. j. jednu otáčku spojky za prevádzkového zaťaženia. To je uskutočnené vytvorením sekvencie zaťaženia všetkých podstatných zaťažovacích stavov (všetky okrem uhlovej rýchlosti ako bude uvedené v prezentácii a analýze výsledkov) na jednom segmente.

Sekvencia je vytvorená za pomoci bodu *Remote Point*, popísaného pri predchádzajúcich zaťažovacích stavoch, nasledovným spôsobom (k popisu sa vzťahuje obrázok 4.17): v prvom zaťažovacom kroku je aplikovaná okrajová podmienka predpätie, pričom všetky rotácie a posuvy bodu *Remote Point* sú nulové. V druhom kroku je aplikovaná okrajová podmienka krútiaci moment zadaním nenulového natočenia v bode *Remote Point* okolo osi x (hodnota natočenia bola zistená

z natočenia tohto bodu po aplikovaní podmienky krútiaci moment ako samostatného zaťažovacieho stavu pomocou nenulovej zložky momentu v smere x). V treťom kroku je aplikovaná okrajová podmienka osový posuv zadaním posuvu v bode *Remote Point* v smere x . V ďalších krokoch je aplikovaná okrajová podmienka kardanický posuv zadaním natočenia v bode *Remote Point* okolo osi ležiacej v rovine yz pomocou zložiek natočenia okolo súradnicových osí y a z . Postupnou zmenou zložiek natočenia v každom nasledujúcom kroku, t. j. zmenou osi, okolo ktorej dochádza k natočeniu, je nasimulovaná jedna otáčka spojky na jednom segmente. Zložky natočenia boli v tomto prípade v každom kroku menené tak aby sa dosiahlo zmeny orientácie osi natočenia o 30° (schematické znázornenie na obrázku 4.18).



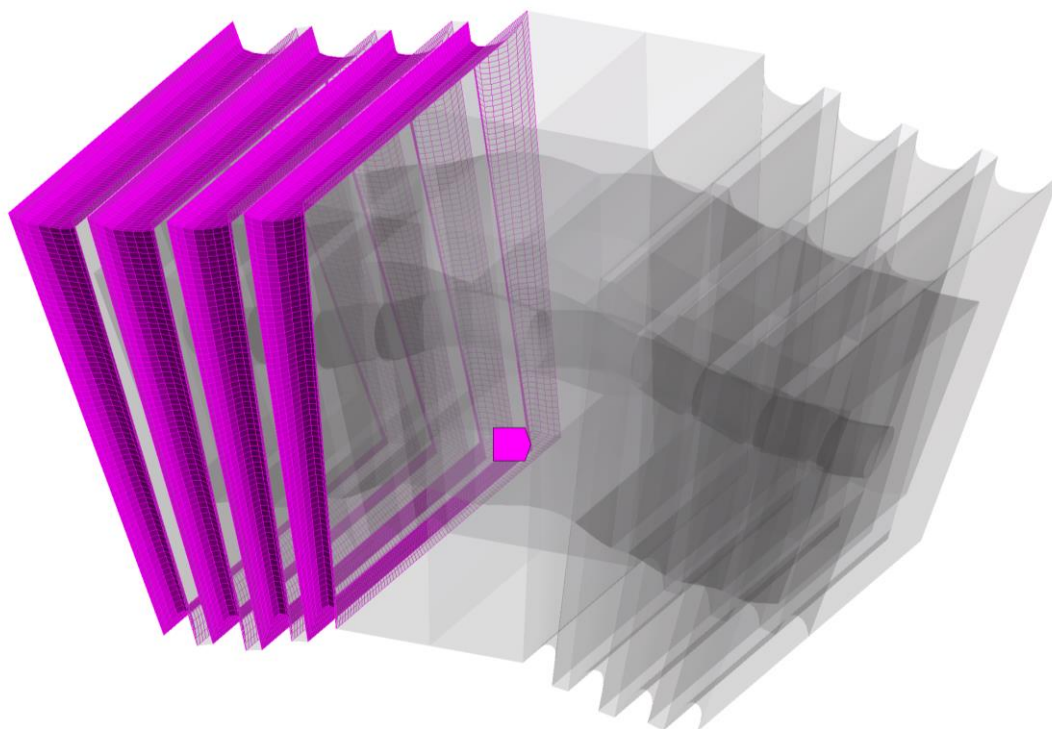
Obrázok 4.17: Schematické znázornenie okrajových podmienok pre simuláciu jednej otáčky spojky



Obrázok 4.18: Schematické zobrazenie ôs natočenia pre okrajovú podmienku kardanicový posuv (čísla osi natočenia zodpovedajú číslam z obrázku 4.17)

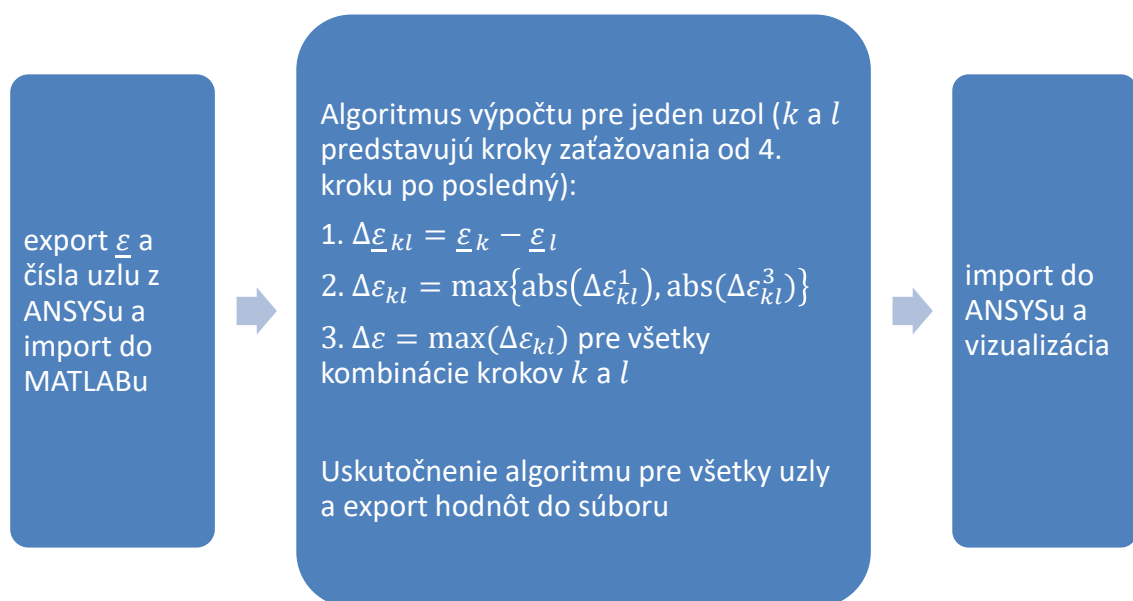
Spracovanie dát zo simulácie jednej otáčky

Pre porovnanie dvoch variantov segmentu z hľadiska únavy bol použitý parameter rozkmit maximálneho hlavného pretvorenia, ktorého získanie je popísané v nasledujúcom texte. Postup je schematicky znázornený na obrázku (4.20).



Obrázok 4.19: Znázornenie povrchu, z ktorého boli exportované tenzory pretvorenia

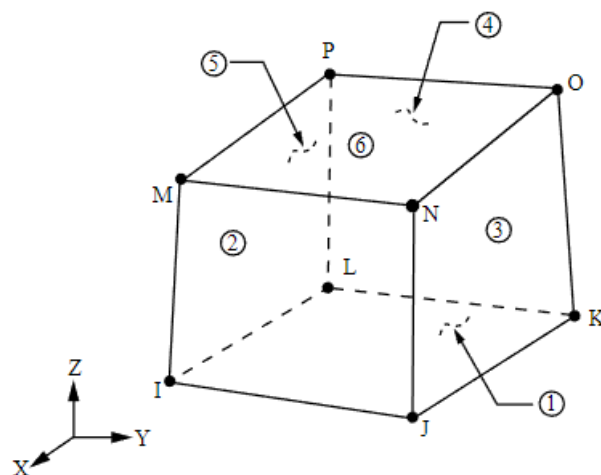
Z povrchových uzlov elastomérových častí na jednej strane segmentu (obrázok 4.19) sú do textového súboru exportované čísla uzlov a tenzory pretvorenia pre všetky kroky od 4. kroku po posledný zo simulácie jednej otáčky popísanej v predchádzajúcom texte. Súbor je importovaný do programového systému MATLAB, kde je pre všetky uzly a všetky kombinácie krokov zaťažovania vykonaný nasledujúci algoritmus výpočtu rozkmitu maximálneho hlavného pretvorenia: 1) Rozdiel tenzorov pretvorenia, 2) Výpočet vlastných hodnôt (t. j. hlavných pretvorení), 3) Zápis maximálnej absolútnej hodnoty hlavného pretvorenia. Po vykonaní tohto algoritmu je získaná matica maximálnych hodnôt hlavného pretvorenia pre všetky kombinácie krokov. Ku každému uzlu je priradená maximálna hodnota z tejto matice, ktorá reprezentuje maximálnu hodnotu rozkmitu maximálneho hlavného pretvorenia v danom uzle. Súbor s touto hodnotou a číslom uzlu je importovaný do programu ANSYS, kde sú výsledky vizualizované.



Obrázok 4.20: Schéma postupu výpočtu maximálnej hodnoty rozkmitu maximálneho hlavného pretvorenia

4.4 Model diskretizácie

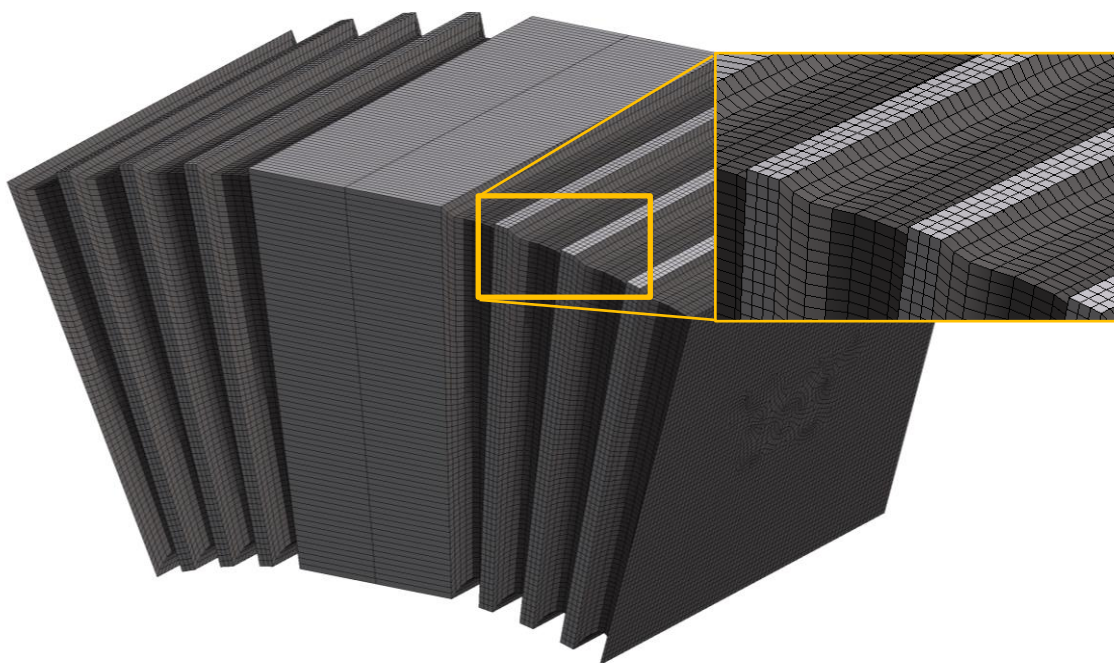
Na vytvorenie konečno-prvkovej siete boli použité prvky SOLID185 (obrázok 4.21), osem-uzlové prvky majúce tri stupne voľnosti v každom uzle (posuvy v smere x, y a z). Prvok umožňuje simulácie s úplne nestlačiteľnými modelmi hyperelastického materiálu s využitím zmiešanej u-P formulácie.



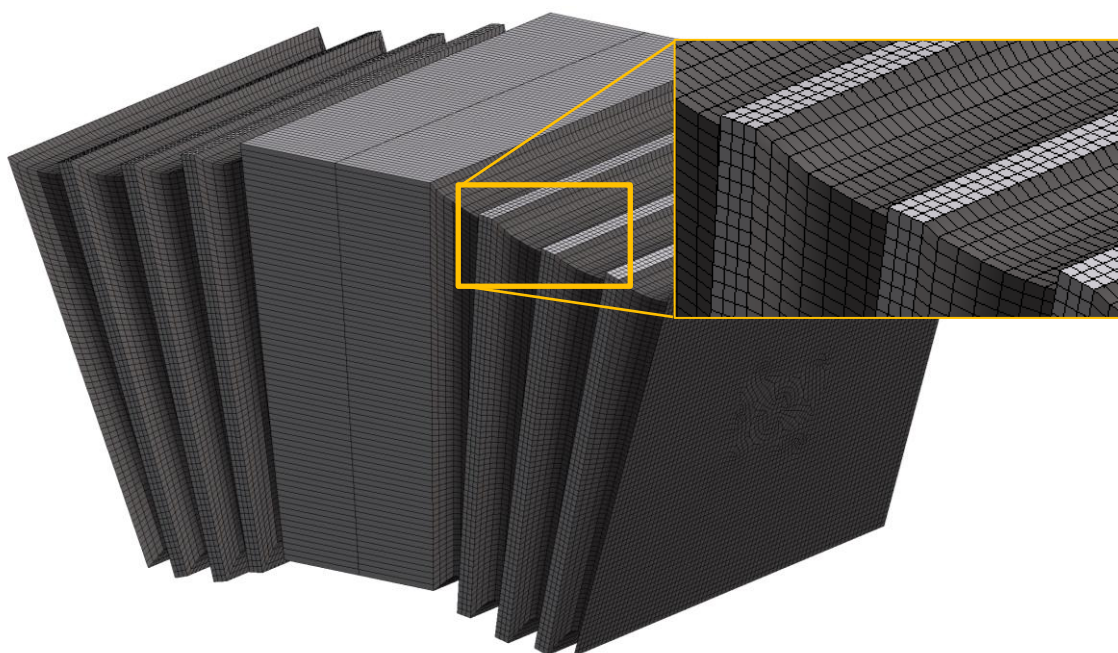
Obrázok 4.21: 8-uzlový prvok SOLID185 [42]

Konvergencia siete

Pre zaistenie dostatočnej hustoty siete bola sledovaná zmena hodnoty parametru záujmu na mieste kde dosahuje najvyššiu hodnotu (rozkmit maximálneho hlavného pretvorenia – popis v nasledujúcej kapitole) pri dvojnásobnom zmenšovaní veľkosti elementu siete na prvom variante segmentu. Pri zmene menšej ako 10 % bola hustota siete považovaná za dostatočnú. Následne bola sieť s podobnou veľkosťou elementu vytvorená na druhej variante segmentu. Výsledné konečno-prvkové siete, ktoré boli použité pre výpočet spolu s ich detailmi sú zobrazené na obrázkoch 4.22 a 4.23.



Obrázok 4.22: Konečno-prvková sieť prvého variantu segmentu



Obrázok 4.23: Konečno-prvková sieť druhého variantu segmentu

5 PREZENTÁCIA VÝSLEDKOV RIEŠENIA PROBLÉMU

V tejto kapitole budú prezentované výsledky riešenia problému. Pretvorenia uvádzané v tejto kapitole sú logaritmické.

Pre získanie predstavy o príspevku jednotlivých zaťažovacích stavov k deformácii a tým o ich podstatnosti k riešeniu problému bol vytvorený histogram maximálnych hlavných pretvorení exportovaných z uzlov elastomérových častí segmentu (na posúdenie podstatnosti zaťažovacích stavov stačí histogram jedného variantu segmentu vzhľadom na ich podobné geometrie). Histogram je zobrazený na obrázku 5.1.

Na obrázkoch 5.3 a 5.4 sú zobrazené histogramy pre jednotlivé zaťažovacie stavy vrátane predpätia ako prvého zaťažovacieho kroku.

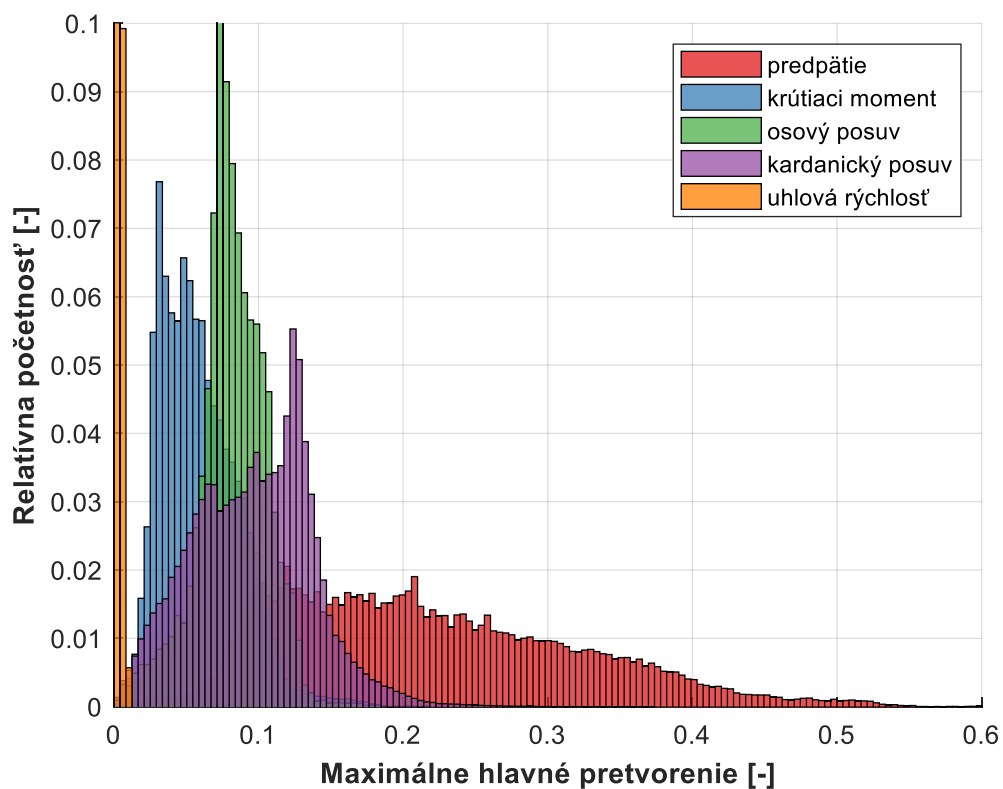
V tabuľke 5.1 sú uvedené zmeny tuhostí v jednotlivých zaťažovacích stavoch. Zmeny tuhostí sú uvádzané v zmysle relatívnej zmeny tuhosti druhého variantu oproti prvému variantu segmentu. Tuhosti majú nasledujúci význam (popis sa vzťahuje k obrázkom 4.13 a 4.14 a k okrajovým podmienkam opísaným v predchádzajúcej kapitole): Torzná tuhosť: Krútiaci moment v [Nm] potrebný na natočenie stredovej plochy klinu v osi x o 1° . Axiálna tuhosť: Sila v [N] potrebná na posuv stredovej plochy v smere x o 1 mm. Kardanická tuhosť: Moment v [Nm] potrebný na natočenie stredovej plochy okolo osi y o 1° (šmykový mód, viď obrázok 5.2) alebo okolo osi z (normálový mód). Tuhosť pri okrajovej podmienke predpätie: Reakčná sila v stredovej ploche so smerom v osi z pri aplikovaní okrajovej podmienky predpätie (t. j. sila veľkosťou blízka sile potrebnej na zatlačenie segmentu medzi ramená náboja).

Na ďalších obrázkoch (5.5-5.8) sú zobrazené maximálne hodnoty rozkmitu maximálneho hlavného pretvorenia v každom uzle vizualizované na oboch variantoch segmentov v programe ANSYS¹⁴.

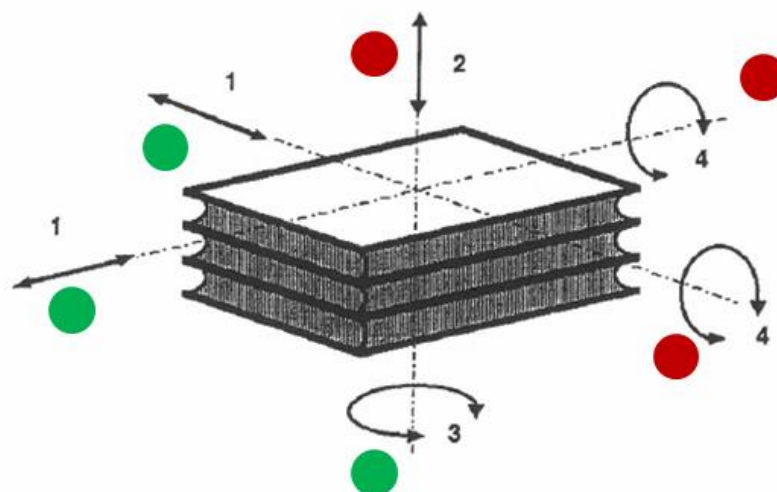
Tabuľka 5.1: Relatívna zmena tuhosti druhého variantu oproti prvému variantu segmentu

typ tuhosti	torzná	axiálna	kardanická (šmykový mód)	kardanická (normálový mód)	predpätie
relatívna zmena tuhosti [%]	+32.4	+1.48	+0.83	+28.7	+40.0

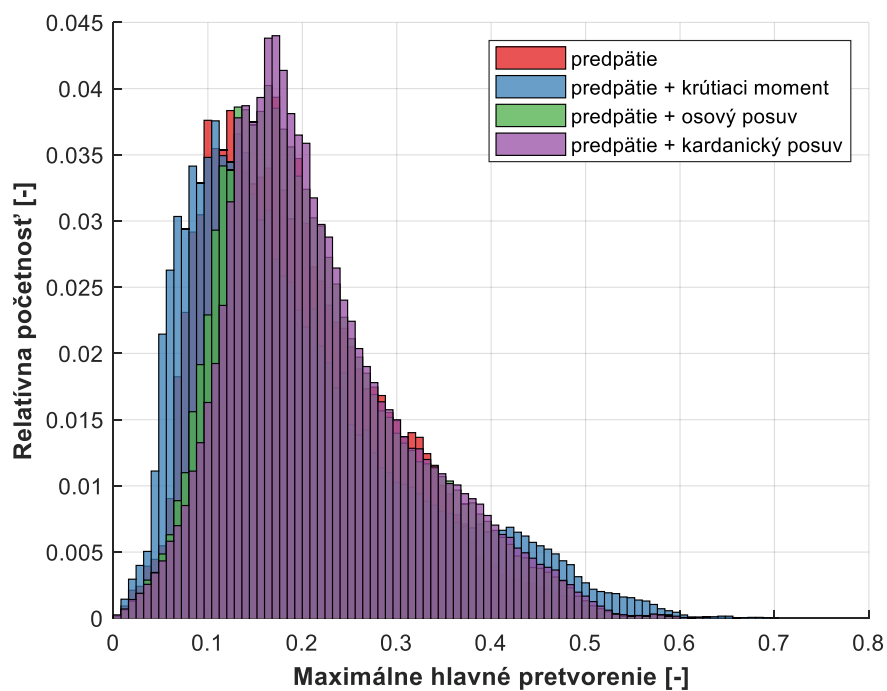
¹⁴ Maximálna resp. minimálna hodnota zobrazená na legendách obrázkov (*0.6 Max resp. 0 Min*) nie je maximálnou resp. minimálnou hodnotou zo všetkých hodnôt, ide v skutočnosti iba o manuálne nastavenú dolnú a hornú hranicu legendy z dôvodu jednotného škálovania. Skutočná maximálna hodnota pre daný segment je daná najvyššou hodnotou v legende. Jedná sa o nedostatok pokročilých nastavení legendy pri importovaní výsledkov do programu ANSYS



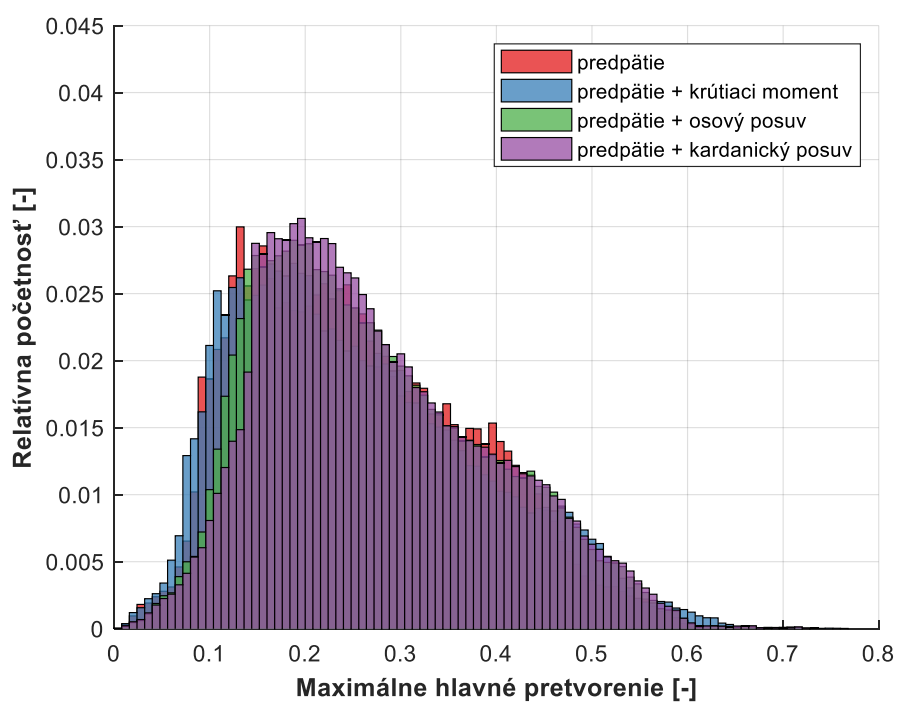
Obrázok 5.1: Histogram maximálnych hlavných pretvorení prvého variantu segmentu pre jednotlivé zaťažovacie stavy



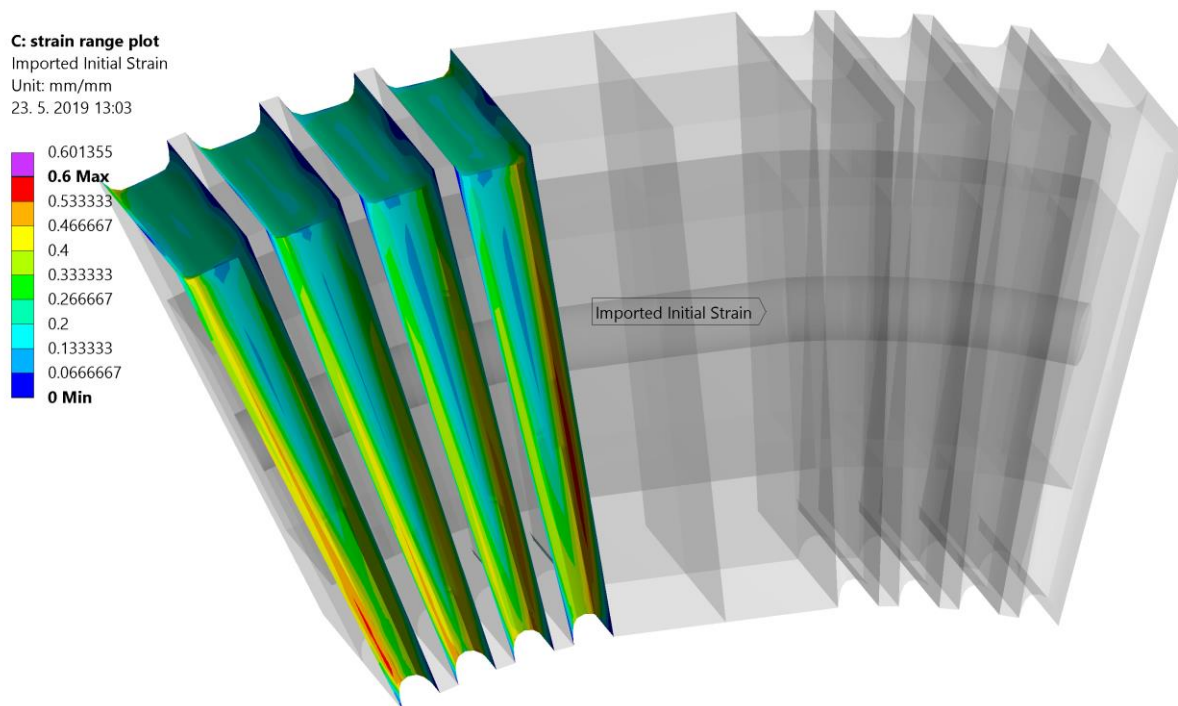
Obrázok 5.2: Schematické znázornenie deformačných módov, zelená – šmykový (podajný) mód, červená – normálový (tuhý) mód



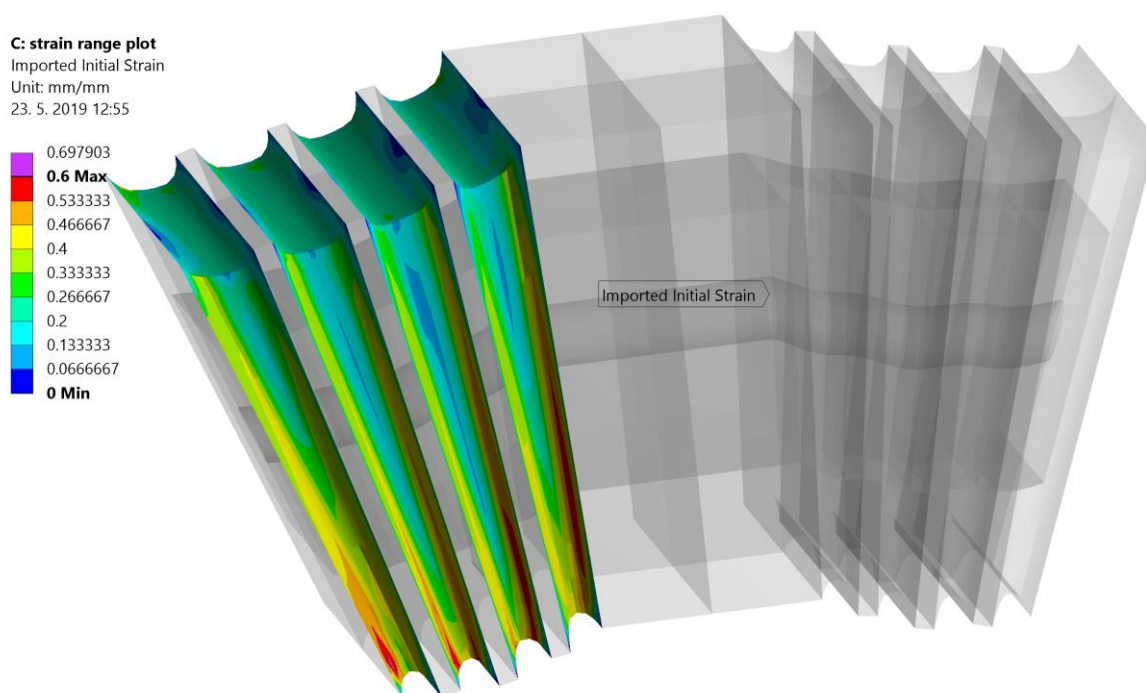
Obrázok 5.3: Histogram maximálnych hlavných pretvorení prvého variantu segmentu pre jednotlivé zaťažovacie stavy vrátane predpätia



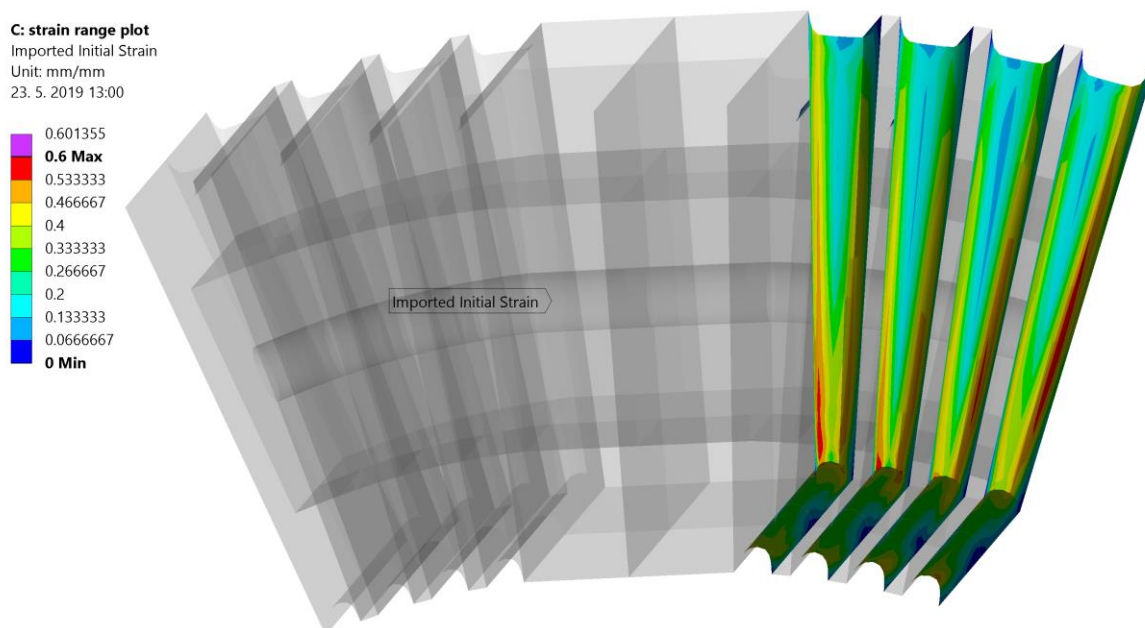
Obrázok 5.4: Histogram maximálnych hlavných pretvorení druhého variantu segmentu pre jednotlivé zaťažovacie stavy vrátane predpätia



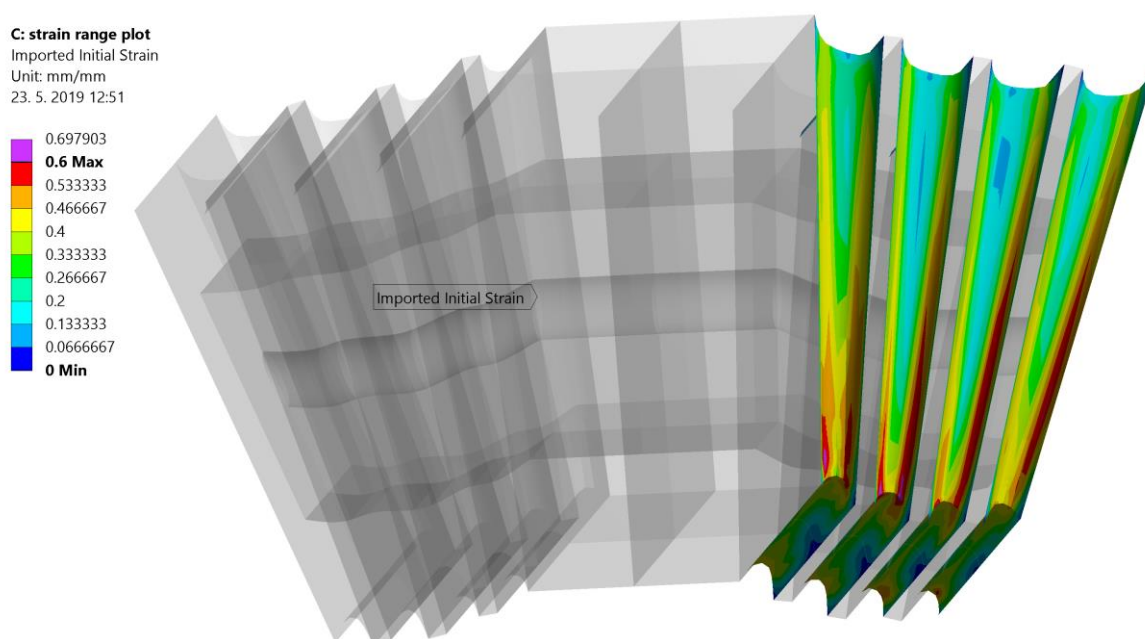
Obrázok 5.5: Výsledky rozkmitu pretvorenia na prvom variante segmentu (pohľad 1)



Obrázok 5.6: Výsledky rozkmitu pretvorenia na druhom variante segmentu (pohľad 1)



Obrázok 5.7: Výsledky rozkmitu pretvorenia na prvom variante segmentu (pohľad 2)



Obrázok 5.8: Výsledky rozkmitu pretvorenia na druhom variante segmentu (pohľad 2)

6 ANALÝZA VÝSLEDKOV RIEŠENIA PROBLÉMU

Na obrázku 5.1 je možné vidieť príspevok jednotlivých zaťažovacích stavov k deformácii (výsledky sú zobrazené iba pre jeden variant segmentu). Tento poznatok bol využitý k vyradeniu zaťažovacích stavov nepodstatných z hľadiska riešeného problému. Týmto zaťažovacím stavom bola iba uhlová rýchlosť, v ktorej je dosahované maximálnej deformácie o úrovni 1 %, rádovo menšej ako v ostatných zaťažovacích stavoch.

Z tabuľky 5.1, v ktorej sú uvedené zmeny relatívnej tuhosti vyplýva výrazný nárast tuhosti druhého variantu oproti prvému (v ráde desiatok percent) v normálových zaťažovacích módoch, a naopak nepatrný nárast v prípade šmykových zaťažovacích módov.

Obrázky 5.1, 5.3 a 5.4 dávajú predstavu o príspevku predpätia k deformácii. Podľa histogramov z týchto obrázkov je príspevok predpätia výrazne vyšší v porovnaní s ostatnými zaťažovacími stavmi, preto je na základe veľkosti deformácie spôsobenej predpätím možné urobiť si predstavu o strednej hodnote pretvorenia. V rámci dvoch variantov segmentu je miera deformácie vyššia v prípade druhého variantu, čo je spôsobené vyššou hodnotou predpätia (väčším posuvom krajnej plochy segmentu z nedeformovaného do deformovaného stavu). Túto skutočnosť je nutné brať do úvahy pri kvantitatívnom posudzovaní rozdielu dvoch variantov segmentu na základe únavy.

Na porovnanie dvoch variantov segmentu z hľadiska únavy bol použitý parameter rozkmit maximálneho hlavného pretvorenia. Tento parameter uvádza mieru premenlivosti deformácie pri cyklickom zaťažení. Na obrázkoch 5.5-5.8 je vidieť kritické miesta (červená a ružová farba), v ktorých tento parameter dosahuje najvyššie hodnoty, t. j. miesta najviac cyklicky namáhané, v ktorých je možné očakávať iniciáciu trhliny.

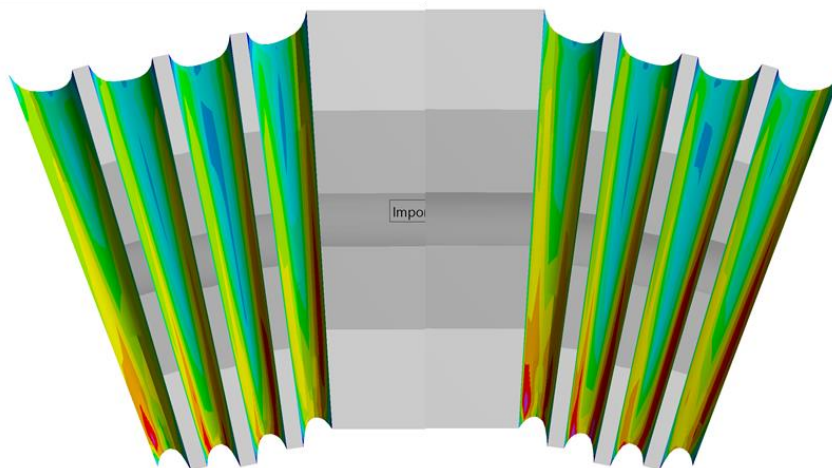
Zmena geometrie nemá výrazný vplyv na polohu kritických miest. Vyššie hodnoty rozkmitu maximálneho hlavného pretvorenia sú dosahované v prípade druhého variantu segmentu. Rozdiel v maximálnej hodnote rozkmitu je na úrovni približne 15 %. Tento výsledok by pri rovnakej miere stredného pretvorenia oboch segmentov znamenal nižšiu únavovú životnosť druhého variantu segmentu. Vzhľadom na rozdielne miery stredného pretvorenia oboch variantov a nedostatok informácií o materiáli použitom v segmentoch v zmysle chovania sa pri vyšších hodnotách stredného pretvorenia (viď vplyv histórie zaťažovania v podkapitole 2.2.4) nie je možné vysloviť závery v prospech jedného variantu segmentu z hľadiska únavovej životnosti.

Overenie pravdivosti výsledkov

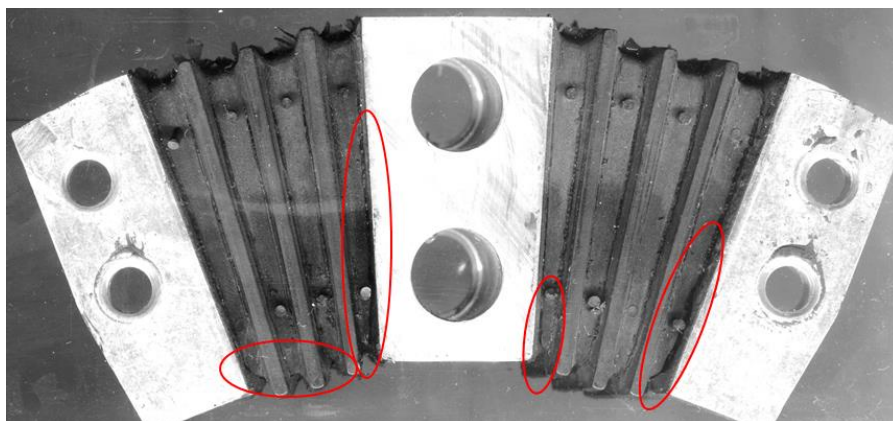
Overenie správnosti postupu pri počítaní rozkmitu pretvorenia pomocou programu MATLAB bolo vykonané v programe ANSYS použitím funkcie *Solution Combination*. Touto funkciou je možné odčítať ľubovoľné dva kroky zo sekvencie zaťažovania. Porovnaním maximálnej hodnoty pretvorenia pre určitý uzel a konkrétnu kombináciu zaťažovacích krokov získanej týmto spôsobom s hodnotou rozkmitu pretvorenia vypočítaného v MATLABe je možné overiť správnosť vytvoreného algoritmu.

Overiť správnosť výpočtového modelu by bolo možné vykonaním experimentu, v ktorom by sa merali tuhosti v jednotlivých zaťažovacích kanáloch, t. j. torzná, axiálna, kardanická tuhosť, prípadne meraním sily potrebnej k vloženiu segmentu medzi ramená náboja.

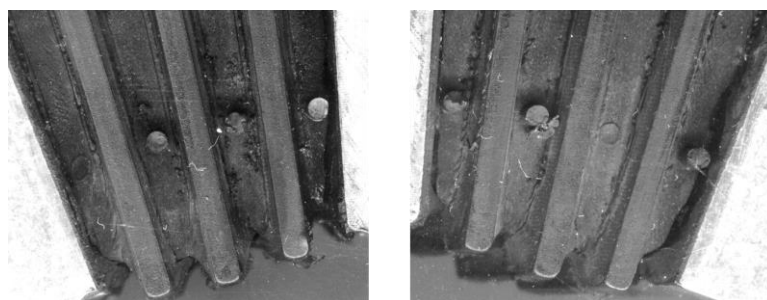
Na základe porovnania výsledkov rozkmitu pretvorenia z ANSYSu s fotografiami porušeného segmentu (obrázky 6.1 – 6.3), na ktorom sú pozorovateľné miesta s trhlinami je možné považovať prístup k určeniu kritických miest segmentu použitý v tejto práci za vierohodný.



Obrázok 6.1: Výsledky rozkmitu pretvorenia v ANSYS-e (kritické miesta sú červené)



Obrázok 6.2: Fotografia porušeného segmentu s vyznačenými trhlinami



Obrázok 6.3: Detaily fotografie z obrázku 6.2

ZÁVER

V predkladanej diplomovej práci sa autor zaoberal výpočtovým modelovaním deformačne-napäťových stavov elastomérových komponentov flexibilnej spojky.

Bola vykonaná rešeršná štúdia zameraná na výpočtové prístupy k popisu chovania flexibilných spojok, ktorej výsledkom bolo zistenie absencie zdrojov zaoberajúcich sa touto tematikou. Rešerš bola preto rozšírená na obecnnejšie témy súvisiace s problémom – použitie a konštrukčné usporiadania flexibilných spojok a únava elastomérov. Boli spracované jednoosové ťahové skúšky elastoméru s cieľom získať parametre modelu materiálu použitého vo výpočtovom modelovaní. Boli určené deformačne-napäťové stavy elastomérových komponentov s cieľom porovnať dva varianty segmentu z hľadiska únavy.

Výsledky práce budú použité v ďalšom pokračovaní projektu vývoja flexibilnej spojky a to hlavne v oblasti posúdenia vhodnosti nových dizajnov spojky z hľadiska únavovej životnosti. To však vyžaduje ďalší rozvoj prístupu posúdenia únavy so zameraním sa na kvantifikovanie únavovej životnosti, t. j. stanovenie počtu cyklov do porušenia.

Diplomová práca bude pravdepodobne mať pokračovanie v ďalšom rozvoji výpočtového modelu. Ďalšie pokračovanie je pravdepodobné hlavne v oblasti modelu materiálu, ktorý si vyžaduje spresnenie vzhľadom na nedostatok skúšok použitých k určeniu parametrov modelu. Pri modeli okrajových podmienok je možné vytvoriť zložitejšiu sekvenciu zaťaženia, ktoré bude vernejšie odrážať skutočné prevádzkové podmienky. V prípade posudzovania únavy je možné pokračovať v rozvíjaní prístupu na základe maximálnych hlavných pretvorení alebo skúsiť aplikovať jeden z existujúcich algoritmov určených k tomuto účelu. Ako ideálny sa z dôvodu jeho aplikácie v komerčne dostupnom programovom systéme spolupracujúcim s MKP systémami [44] javí algoritmus využívajúci prístup mernej deformačnej energie dostupnej na šírenie trhliny (podkapitola 2.2.3). Na zváženie je nákup takéhoto programu, ktorý samozrejme závisí od finančných možností riešiteľa. V prípade pokračovania autora diplomovej práce na doktorskom štúdiu je veľká pravdepodobnosť nadviazania na túto prácu v práci dizertačnej.

ZOZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV

- [1] *DRIVE FOR RAIL VEHICLES*. 1975. DE202011105999.
- [2] *Universal double coupling*. 1987. US4664037.
- [3] *Kupplungswerk* [online]. b.r. [cit. 2019-05-05]. Dostupné z: <https://www.kupplungswerk-dresden.de/en/products/train.html>
- [4] *Driven running gear for railway vehicles*. 1996. DE4429889.
- [5] *Splined shaft with spline toothing having elastomer end springs*. 1996. DE19515103.
- [6] *Elastic coupling half as ring with metal elements in rubber blocks*. 1998. DE19639304.
- [7] *Kupplungselement*. 2009. DE202008015810.
- [8] *COUPLING WITH AN ANNULAR COUPLING BODY*. 2012. US2012058831.
- [9] *Elastischer ungeteilter Kupplungsring mit einheitlicher tangentialer Vorspannungserzeugung auf zwei Kupplungsteilen einer Kupplung*. 2012. DE202011105999.
- [10] CADWELL, Sidney, R. MERRILL, C. SLOMAN a F. YOST. Dynamic Fatigue Life of Rubber. *Industrial and Engineering Chemistry - Analytical Edition*. 1940, 12(1), 19-23. DOI: 10.1021/ac50141a006.
- [11] LAKE, Graham a Peter LINDLEY. Mechanical Fatigue Limit for Rubber. *Journal of Applied Polymer Science*. 1965, 9(4), 1233-1251. DOI: 10.5254/1.3544847. ISSN 0021-8995. Dostupné také z: <http://doi.wiley.com/10.1002/app.1965.070090405>
- [12] MARS, William. *Multiaxial fatigue of rubber*. 2001, 517 s.
- [13] MARS, William a Ali FATEMI. A literature survey on fatigue analysis approaches for rubber. *International Journal of Fatigue*. 2002, 24(9), 949-961. DOI: 10.1016/S0142-1123(02)00008-7. ISSN 0142-1123.
- [14] *Method and article of manufacture for estimating material failure due to crack formation and growth*. 2002.
- [15] MARS, William. Factors That Affect the Fatigue Life of Rubber. *Journal of Rubber Chemistry and Technology*. 2004, 77(3), 391-412. DOI: 10.5254/1.3547831.
- [16] VERRON, Erwan, Jean-Benoît LE CAM a Laurent GORNET. A multiaxial criterion for crack nucleation in rubber. *Mechanics Research Communications*. 2006, 33(4), 493-498. DOI: 10.1016/j.mechrescom.2005.06.001. ISSN 0093-6413.
- [17] SAINTIER, Nicolas, Georges CAILLETAUD a Roland PIQUES. Crack initiation and propagation under multiaxial fatigue in a natural rubber.

- International Journal of Fatigue*. 2006, 28(1), 61-72. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2005.03.006. ISSN 01421123.
- [18] MARS, William a Ali FATEMI. Multiaxial stress effects on fatigue behavior of filled natural rubber. *International Journal of Fatigue*. 2006, 28(5-6), 521-529. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2005.07.040. ISSN 0142-1123.
- [19] MARS, William a Ali FATEMI. Nucleation and growth of small fatigue cracks in filled natural rubber under multiaxial loading. *Journal of Materials Science*. 2006, 41(22), 7324-7332. DOI: 10.1007/s10853-006-0962-2. ISBN 1085300609.
- [20] ZINE, Adil, Nouredine BENSEDDIQ, Moussa NAÏT ABDELAZIZ, Nourredine AÏT HOCINE a Driss BOUAMI. Prediction of rubber fatigue life under multiaxial loading. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. 2006, 29(3), 267-278. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2005.00989.x. ISSN 8756-758X.
- [21] ROLAND, C. a J. SOBIESKI. Anomalous Fatigue Behavior in Polyisoprene. *Rubber Chemistry and Technology*. Rubber Division, ACS, 1989, 62(4), 683-697. DOI: 10.5254/1.3536268. ISSN 0035-9475. Dostupné také z: <https://doi.org/10.5254/1.3536268>
- [22] MASQUELIER, Isaure. *Influence de la formulation sur les propriétés en fatigue d'élastomères industriels*. 2014, 249 s.
- [23] ROBERTS, BJ a JB BENZIES. The relationship between uniaxial and equibiaxial fatigue in gum and carbon black filled vulcanizates. *Proceedings of Rubbercon 77'*. b.r., 1977, 1-13.
- [24] RIVLIN, R. a A. THOMAS. Rupture of rubber I. Characteristic energy for tearing. *Journal of Polymer Science*. 1953, 10, 291-318.
- [25] THOMAS, A. Rupture of rubber II. The strain concentration at an inclusion. *Journal of Polymer Science*. 1955, 18, 177-188.
- [26] BEATTY, J. Fatigue of rubber. *Rubber Chemistry and Technology*. 1964, 37, 1341-1364.
- [27] FATEMI, A. a D. SOCIE. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. 1988, 11(3), 149-65.
- [28] SOCIE, DF. Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment. *Advances in multiaxial fatigue*. 1993, , 7-36.
- [29] INGLIS, C. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. *Transactions of the Institute of Naval Architects*. 1913, 55, 219-241.
- [30] GRIFFITH, A. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. 1920, 221, 163-198.
- [31] IRWIN, G. Fracture dynamics. *Fracturing of metals*. American Society for Metals, 1948, , 147-166.

- [32] RICE, J. A path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*. 1968, 35, 379-386.
- [33] THOMAS, A. Rupture of rubber. V. Cut growth in natural rubber vulcanizates. *Journal of Polymer Science*. 1958, 31, 467-480.
- [34] PARIS, P., M. GOMEZ a W. ANDERSON. A rational analytic theory of fatigue. *The Trend in Engineering*. 1961, 13, 9-14.
- [35] LINDLEY, P. Relation between hysteresis and the dynamic crack growth resistance of natural rubber. *International Journal of Fracture*. 1973, 9(4), 449-462. DOI: 10.1007/BF00036325. ISSN 1573-2673. Dostupné také z: <https://doi.org/10.1007/BF00036325>
- [36] DOGADKIN, B., V. GUL a N. MOROZOVA. The Effect of Electric Charges Formed during Repeated Deformations on the Fatigue Resistance of Vulcanizates. *Rubber Chemistry and Technology*. Rubber Division, ACS, 1960, 33(4), 970-970. DOI: 10.5254/1.3542237. ISSN 0035-9475. Dostupné také z: <https://doi.org/10.5254/1.3542237>
- [37] MEDALIA, A. Effect of Carbon Black on Ultimate Properties of Rubber Vulcanizates. *Rubber Chemistry and Technology*. 1987, 60(1), 45-61.
- [38] HAMED, G. Relationship between the cohesive strength and the tack of elastomers. *Journal of Polymer Science*. 1983, 21(8), 1415-1425.
- [39] MULLINS, L. Softening of Rubber by Deformation. *Rubber Chemistry and Technology*. 1969, 42(1), 339-362.
- [40] MARS, W. Characterizing elastomers for fatigue life prediction. *Rubber World*. b.r., 251(6), 34-38.
- [41] *Axel Products Physical Testing Services* [online]. 2017 [cit. 2019-05-16]. Dostupné z: <http://axelproducts.com/>
- [42] *ANSYS Help*. 2019. Dostupné také z: <https://ansyshelp.ansys.com/>
- [43] BURŠA, Jiří. *Studijní opory*. 2019. Dostupné také z: <http://www.old.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/>
- [44] *Endurica LLC - Get Durability Right* [online]. 2019 [cit. 2019-05-23]. Dostupné z: <http://endurica.com/>

ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK

Symbol	Jednotka	Význam
A	[m ² , -]	povrch alebo materiálová konštanta
a ; c	[m]	veľkosť trhliny
B	[-]	materiálová konštanta súvisiaca s šírením trhliny
c ₁₀ , c ₂₀ , c ₃₀	[Pa]	materiálové parametre hyperelastického modelu
F	[-]	materiálová konštanta súvisiaca s šírením trhliny
f	[N]	rezacia sila na čepeli
G	[J/m ²]	hnacia sila trhliny
h	[m]	výška
I _{1,2,3}	[-]	prvý/druhý/tretí invariant pravého Cauchy-Greenovho tenzoru deformácie
K	[-]	konštanta spojená s ostrosťou čepele
k	[m ² kgs ⁻² K ⁻¹]	Boltzmannova konštanta
L ₀	[m]	pôvodná dĺžka
L ⁻¹		inverzná Langevinova funkcia
L _{min}	[m]	minimálna hodnota dĺžky v cykle
N	[-]	počet cyklov resp. počet článkov reťazca
P		parameter (pretvorenie, napätie, rýchlosť uvoľňovania energie, atď.) popisujúci históriu zaťažovania
P _a		amplitúda parametra P
P _m		stredná hodnota parametra P
P _{max}		maximálna hodnota parametra P
P _{min}		minimálna hodnota parametra P
R	[-]	súčiniteľ asymetrie cyklu
r	[m/cyklus]	konštanta popisujúca rýchlosť šírenia trhliny
T	[J/m ²]	rýchlosť uvoľňovania energie (pri elastoméroch označovaná <i>tearing energy</i> – trhacia energia)
t	[s, m]	čas alebo hrúbka
T _c	[J/m ²]	kritická hodnota rýchlosti uvoľňovania energie
T _o	[J/m ²]	prahová hodnota rýchlosti uvoľňovania energie
U	[J]	mechanická energia
W	[J/m ³]	merná deformačná energia
x	[-]	funkcia kryštalizácie
ΔL	[m]	amplitúda dĺžky
Δε	[-]	maximum z Δε _{kl} zo všetkých kombinácií krokov k a l, v práci nazývaný maximálny rozkmit maximálneho hlavného pretvorenia
Δε _{kl}	[-]	maximum z absolútnych hodnôt Δε _{kl} ¹ a Δε _{kl} ³
Δε̄ _{kl}	[-]	rozdiel tenzorov pretvorenia v k-tom a l-tom kroku
Δε _{kl}	[-]	maximálna hodnota hlavn
Δε _{kl} ¹	[-]	maximálne hlavné pretvorenie z rozdielu tenzorov pretvorenia v k-tom a l-tom kroku
Δε _{kl} ³	[-]	minimálne hlavné pretvorenie z rozdielu tenzorov pretvorenia v k-tom a l-tom kroku
ε	[-]	tenzor pretvorenia
ε ³	[-]	minimálne hlavné pretvorenie
ε _{ij}	[-]	zložky tenzoru pretvorenia

$\underline{\varepsilon}_k; \underline{\varepsilon}_l$	[-]	tenzor pretvorenia v k-tom resp. l-tom kroku
λ_{chain}	[-]	natahnutie reťazca
λ_L	[-]	limitné natahnutie reťazca
μ	[Pa]	počiatočný modul pružnosti v šmyku
σ_{ij}	[Pa]	zložky tenzoru napätia
ω	[rad/s]	uhlová rýchlosť

Skratka	Význam
3D	trojrozmerný
CED	cracking energy density
FEM	finite element method (metóda konečných prvkov)
MKP	metóda konečných prvkov
NR	natural rubber (prírodná guma)
RAM	random access memory (pamäť s priamym prístupom)
SBR	styrene-butadiene rubber (styrén-butadiénová guma)